ASIGNATURA	Matemáticas	**GRADO**	Noveno	**GUIA**	03
DOCENTE	Carlos Fernando Martínez C.			**PERIODO**	Tercero
ESTUDIANTE					
CURSO		**CODIGO**			
TIEMPO	10 semanas	**INICIO**	10/Julio/2023	**TERMINACIÓN**	15/Septiembre/2023
UNIDAD TEMATICA	**Algebra: FUNCIONES**				
EJE TEMÁTICO	**Algebra: FUNCIÓN LINEAL Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**				
TEMAS CLAVES	***Algebra:*** **Función: Concepto, elementos y representación. Función lineal y afín. Ecuación de la recta. Rectas Paralelas y Perpendiculares. Resolución de sistemas de ecuaciones. Problemas de Aplicación.**				
COMPETENCIA	**Competencia General:** • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.				
	Competencia Específica: • Identifica la relación entre los cambios en los parámetros de las representaciones algebraicas de la función lineal y los cambios en las gráficas que la representa				
DESEMPEÑOS	**PARA APRENDER**	• Identifica las características de la gráfica de una función lineal y diversos métodos o caminos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.			
	PARA HACER	• Deduce la ecuación matemática de la recta a partir de diferentes criterios (tablas, grafico, punto-pendiente, dos puntos). • Aplica los diferentes métodos de solución de ecuaciones lineales para resolver problemas.			
	PARA SER	Evidencia responsabilidad en la entrega de las actividades académicas propuestas.			
	PARA CONVIVIR	Participa activa y respetuosamente en las diferentes actividades de clase.			

1. Fase de Entrada

Desarrollar las actividades propuestas en esta guía. Tener en cuenta colocar las fechas, los títulos de los temas y de las actividades de acuerdo al orden dado en la presente guía de trabajo. El texto escribirlo con esfero y los ejercicios realizarlos con lápiz por si se deben corregir. Realizar una buena distribución del espacio en las hojas de trabajo. Escribir con letra clara y legible. Las hojas deben estar numeradas.

INTENSIDAD HORARIA SEMANAL DE ACOMPAÑAMIENTO DEL DOCENTE: 4 HORAS DE 60 MINUTOS POR CURSO.

FECHA DE REALIZACIÓN Y ENTREGA: ACTIVIDADES SEMANALES DE ACUERDO AL HORARIO ESTABLECIDO POR EL DOCENTE Y LA INSTITUCIÓN.

En la siguiente tabla se relacionan las actividades a desarrollar en la presente guía. Tener en cuenta los títulos de cada referente conceptual a trabajar semana a semana. Adicional a esto, como material de apoyo, se anexan al final de la guía los links de videos explicativos.

SEMANA(S)	REFERENTES CONCEPTUALES	ACTIVIDADES	PAGINA
	Algebra		
1	Concepto, elementos y representación de las funciones	Actividad 1	6
2	Crecimiento y funciones simétricas	Actividad 2	10
3	Función Lineal y Afín	Actividad 3	13
4	Ecuación de la Recta	Actividad 4	18
5	Rectas Paralelas y Perpendiculares	Actividad 5	21
6	Resolución de sistemas de ecuaciones: Método gráfico y por sustitución.	Actividad 6	26
7	Resolución de sistemas de ecuaciones: Método por igualación, por reducción y por regla de Cramer.	Actividad 7	33
8	Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales.	Actividad 8	38
9 y 10	ACTIVIDADES DE NIVELACION Y REFUERZO	AUTOEVALUACION Y COEVALUACION.	39

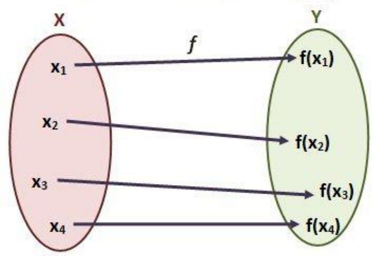
Semana 1 | Algebra | CONCEPTO DE FUNCIÓN: ELEMENTOS Y REPRESENTACIÓN

Las **funciones** son reglas que relacionan los elementos de un conjunto con los elementos de un segundo conjunto.

Cuando una magnitud depende de otra, se dice que está en función de ésta.

Una **función** *f* es una <u>relación</u> que asigna a los elementos de un primer conjunto (conjunto inicial *X*) un elemento de un segundo conjunto (conjunto final *Y*). A cada elemento de *X* le corresponde, **un y solo un** elemento de *Y*.

$$\begin{aligned} f : X &\longrightarrow Y \\ x &\longmapsto y = f(x) \end{aligned}$$

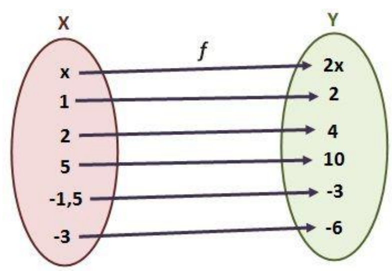


El elemento x del primer conjunto es la variable independiente. Es un valor que se fija previamente. La letra y es la variable dependiente y corresponde a los elementos del conjunto final. Ésta variable depende del valor de la variable independiente x.
A f(x) se le denomina imagen de x, mientras que a x se le llama antiimagen de f(x).

Ejemplo

Una función podría ser hacer corresponder a cada número *x* el doble de dicho número (2*x*).

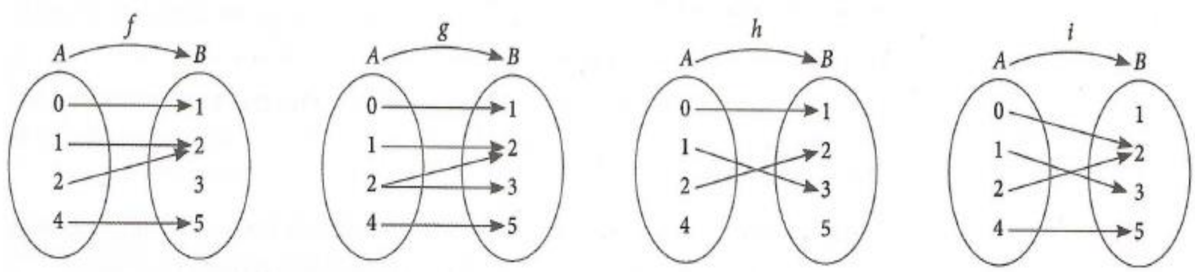
$$\begin{aligned} f : X &\longrightarrow Y \\ x &\longmapsto y = 2x \end{aligned}$$



Ejemplo

Determinar cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no.

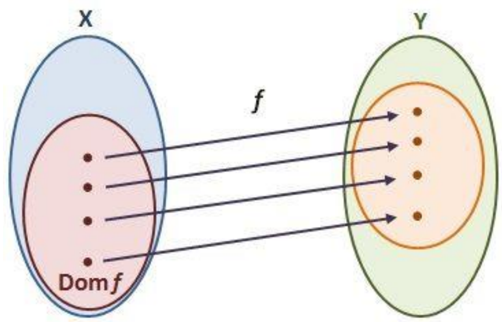
Si $A = \{0, 1, 2, 4\}$ y $B = \{1, 2, 3, 5\}$



Las correspondencias f e i son funciones, porque en los dos casos a cada elemento de A se le asigna un único número del conjunto B. Mientras, las correspondencias g y h no son funciones, en la correspondencia g el elemento 2 de A tiene dos imágenes, y en la correspondencia h, el elemento 4 de A no tiene imagen.

- ***Elementos de una función:***

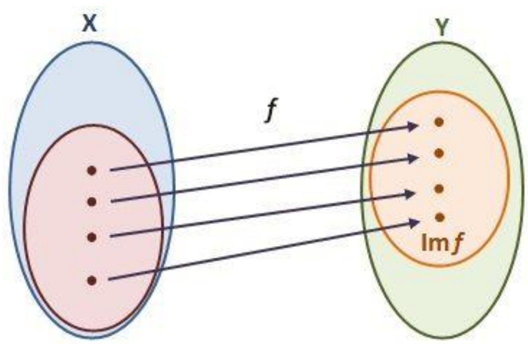
a. <u>Dominio de la función</u>: El **dominio de una función** *f* es el subconjunto **Dom *f*** (o **D**) de elementos que tienen imagen. Es decir, el conjunto de elementos *x* de la variable independiente X que tienen <u>imagen</u> en Y. También se le llama **campo de existencia de la función**.



b. <u>Recorrido de la función</u>: El **recorrido de una función** *f* es el conjunto **Im *f*** (o **Rec *f***) de todos los elementos que toma la variable dependiente. Es decir, el conjunto de todas las <u>imágenes</u> que se obtienen realmente a partir de la función *f*.

También se le llama **rango de una función** o **conjunto de llegada**.

c. <u>El codominio</u> es el conjunto de valores sobre los que se ha definido la función *f*, aunque no todos los elementos del **codominio** sean necesariamente <u>imágenes</u> (es decir, que pertenezcan necesariamente al rango de *f*.



Formalmente se define el **recorrido de una función** como:

$$Im\ f = \{y \in Y \mid \exists x \in X\ ,\ f(x) = y\}$$

d. <u>Grafo:</u> es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas (x, y) en las cuales la primera componente es un elemento del dominio y la segunda componente es un elemento del rango. Esto es {(x, y)/x, f(x)}.

Ejemplo

Una muestra de oxígeno ocupa un volumen de 15 litros a la presión normal de 1 atmósfera. La relación entre la presión y el volumen se muestra en la siguiente tabla.

P (atm)	1	2	3	5	10
V (L)	15	7,5	5	3	1,5

Describir los elementos de la función volumen en términos de la presión.

Los elementos de la función f son:

Dom $f = \{1, 2, 3, 5, 10\}$ Son los elementos de P.

Cod $f = \{15, 7{,}5, 5, 3, 1{,}5\}$ Son los elementos de V.

Ran $f = \{15, 7{,}5, 5, 3, 1{,}5\}$ Son los elementos del conjunto de imágenes.

Grafo $= \{(1, 15), (2, 7{,}5), (3, 5), (5, 3), (10, 1{,}5)\}$

Son los elementos del conjunto de las parejas (x, y).

Ejemplo

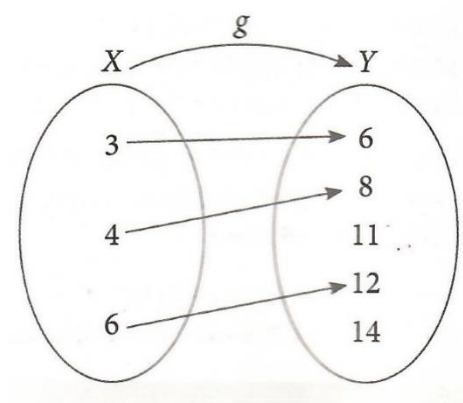
en la función $g: x \to y$, se tiene que:

Dom $g = \{3, 4, 6\}$

Cod $g = \{6, 8, 11, 12, 14\}$

Ran $g = \{6, 8, 12\}$

Grafo de $g = \{(3, 6), (4, 8), (6, 12)\}$



- ***Representación de una función:***

A pesar de que existan **diferentes formas de representar funciones**, debemos tener en cuenta que si hablamos de la misma función, no se alterará por mucho que cambie la forma en que se describa.

a. Representación verbal: Las **funciones se pueden expresar de forma verbal**, de forma que se nos presenta como un texto en el que se expresa una descripción de la función en palabras de forma detallada. Esta forma describe la relación en lenguaje literal de forma muy detallada para que se pueda entender y escribir.

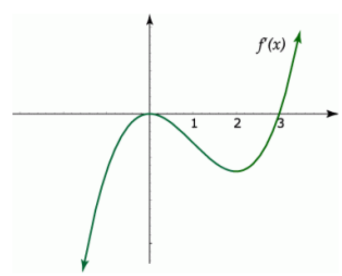
b. Representación numérica (Tabla de valores): Para **representar una función de forma numérica** precisamos una tabla de valores en las que, a cada valor de x, vemos que le corresponde uno de y. A la izquierda solemos encontrar número naturales y en la derecha la proyección del valor que le damos a x, aunque podemos poner cualquier valor que necesitemos.

x	y
2	4.5
1	9
0	3
-1	1.5
-2	0

c. Representación algebraica (Fórmula): Si queremos **representar las funciones de forma algebraica** debemos explicar en qué consiste la función con una ecuación explícita que explique la relación que existe entre las dos magnitudes (x, y). De esta forma, podemos conocer las propiedades características de la función.

$$y=mx+b$$

d. Representación visual (Grafica): La **forma visual de las funciones** es la que se presenta mediante una gráfica en el eje cartesiano. Existen varios tipos de funciones y sus gráficas, que poseen diferentes propiedades según las características que poseen.



Ejemplo

1. La presión dinámica del aire depende de la velocidad y la densidad del aire, mediante la expresión $q = \frac{1}{2}\rho v^2$. Representar en la tabla de valores y en forma gráfica la función q, si $\rho = 1{,}2\ \text{kg/m}^3$ y los valores para v son 0, 1, 2 y 3 metros por segundo.

Para realizar la tabla de valores de la función q se determinan las imágenes de cada elemento por medio de la fórmula $q = \frac{1}{2}\rho v^2$, así:

$$q(0) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot (0)^2 = 0$$

$$q(1) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot (1)^2 = 0{,}6$$

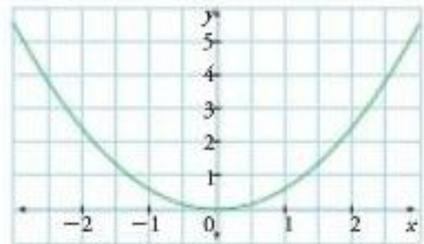
$$q(2) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot (2)^2 = 2{,}4$$

$$q(3) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot (3)^2 = 5{,}4$$

Por tanto, la tabla de valores es:

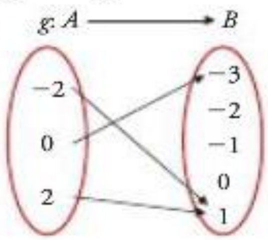
v	0	1	2	3
q	0	0,6	2,4	5,4

La gráfica de la función q es:



Ejemplo

2. Representar, por medio de una tabla de valores, y por fórmula, la función g dada a partir de su representación en diagrama sagital.



Primero, se determina en qué conjuntos está definida la función g.

$A = \{-2, 0, 2\}$ y

$B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

Segundo, se ubican en la tabla de valores los elementos de A en la primera fila y sus respectivas imágenes en la segunda fila.

x	−2	0	2
$g(x)$	1	−3	1

Finalmente, la expresión algebraica de la función g se determina por la relación entre cada elemento de x y su respectiva imagen.

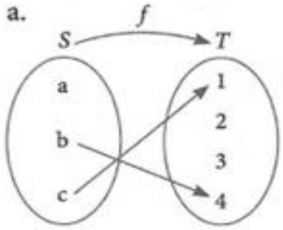
Así, la fórmula de la función es $g(x) = x^2 - 3$.

ACTIVIDAD 01			
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

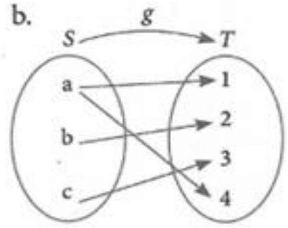
NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1 Determina cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no. Justifica tu respuesta. Si $S = \{a, b, c\}$ y $T = \{1, 2, 3, 4\}$.

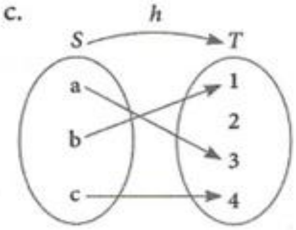
a.



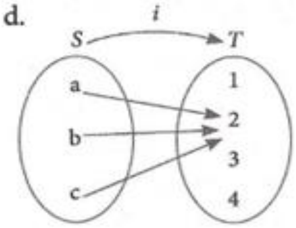
b.



c.

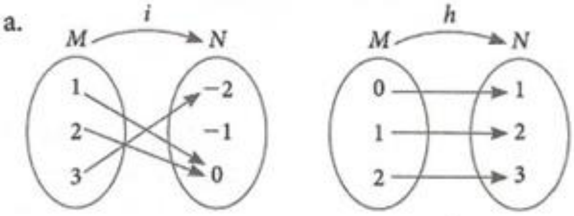


d.

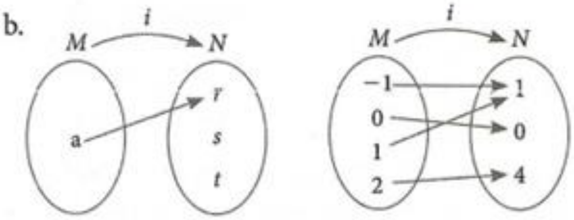


2 Encuentra dominio, codominio, rango y grafo de cada una de las siguientes funciones.

a.



b.

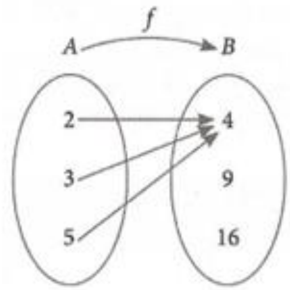


c. $\left\{\left(\frac{1}{2}, 1\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right), \left(1, \frac{2}{3}\right)\right\}$

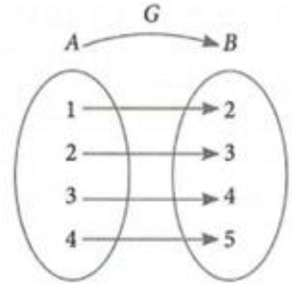
d. $\{(-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

3 Define cada una de las siguientes funciones mediante un diagrama cartesiano y una tabla de valores.

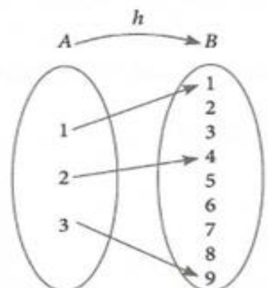
a.



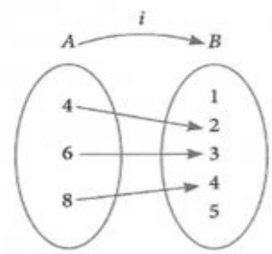
d.



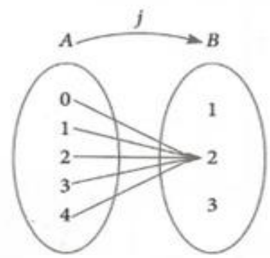
b.



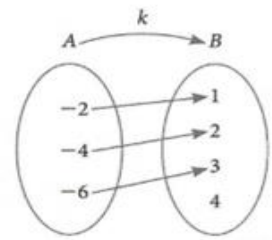
e.



c.

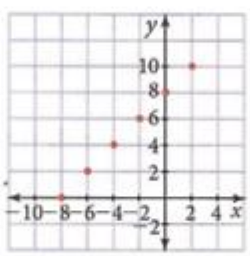


f.

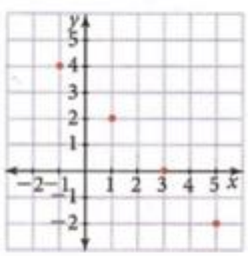


4 Escribe la tabla de valores asociada a cada función representada en el plano cartesiano.

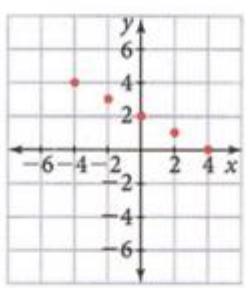
a.



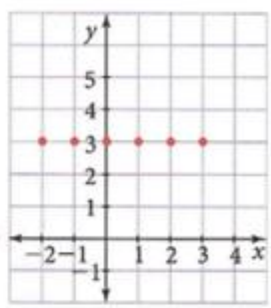
b.



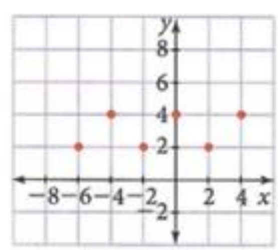
c.



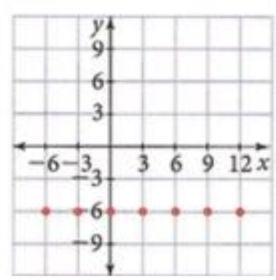
d.



e.

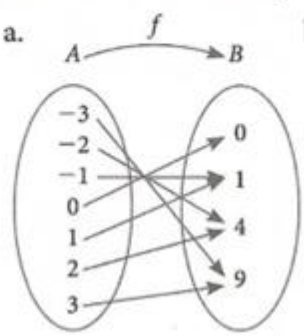


f.



5 Encuentra la fórmula que modela cada función.

a.



b.

x	2	3	4	5
y	3	$\frac{9}{2}$	6	$\frac{15}{2}$

6 Para la fórmula de cada función, haz una tabla de cuatro valores que pertenezcan al dominio de cada función.

a. $y = \frac{1}{2}x$

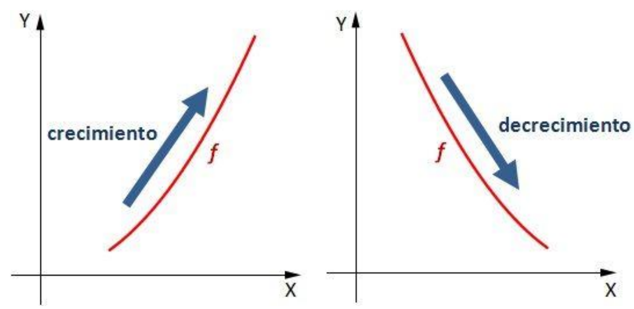
b. $y = 3x - 2$

c. $y = 4x$

- ***Crecimiento y decrecimiento de una función***

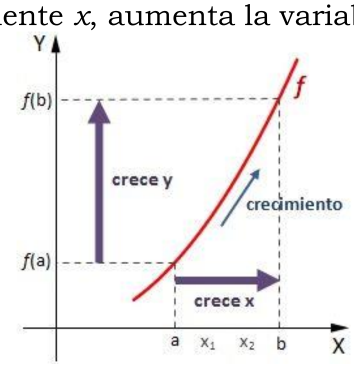
El crecimiento y decrecimiento de una función f se puede estudiar en un intervalo [a,b], en un punto x o en todo el dominio.

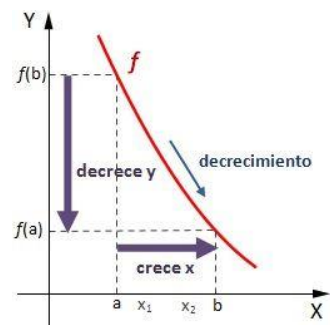
La tasa de variación indica cómo cambia una función al pasar de un punto a otro. Esta tasa examina si la función crece o decrece en una región.



Sean a y b dos elementos del dominio, tales que $a < b$ y formando el intervalo $[a,b]$:

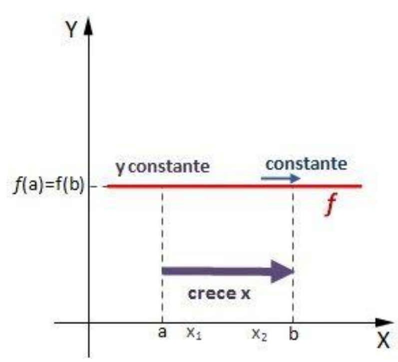
Una función es **creciente** entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$. Es decir, es creciente en $[a,b]$ si al aumentar la variable independiente x, aumenta la variable dependiente y.





Una función es **decreciente** entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$. Es decir, es decreciente en $[a,b]$ si al aumentar la variable independiente x, disminuye la variable dependiente y.

Una función es **constante** entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) = f(x_2)$. Es decir, es constante en $[a,b]$ si al aumentar la variable independiente x, la variable dependiente y no varia.



Ejemplo

En la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$, cuando el valor de x pasa de 1 a 2, la tasa de variación se halla de la siguiente manera:

$$TV[1, 2] = f(2) - f(1) \Rightarrow TV[1, 2] = 1 - 2 = -1.$$

Por tanto, la tasa de variación de $f(x)$ en el intervalo $[1, 2]$ es -1.

Ejemplo

- La función $h(x) = 3x^2 - 1$ es **decreciente** en el intervalo $[-5, -2]$ porque la tasa de variación $TV[-5, -2] = -63$ y $-63 < 0$.
- La función $g(x) = x^5 + 2$ es **creciente** en el intervalo $[-4, -1]$ porque la tasa de variación $TV[-4, -1] = 1\,023$ y $1\,023 > 0$.

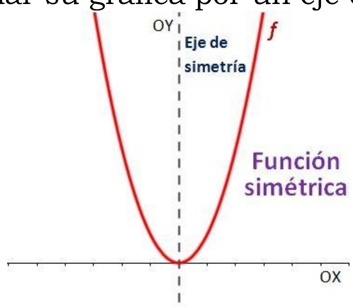
Ejemplo

La función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ es creciente en el intervalo $[0, 1]$, pues

$$TV[0, 1] = f(1) - f(0) = 2 - (-3) = 5.$$

- ***Simetría en una función: Funciones Pares e Impares***

Una <u>función</u> *f* es **simétrica** si al doblar su gráfica por un eje de simetría ésta se superpone.



Existen dos tipos de simetrías:

1. Funciones simétricas respecto al eje de ordenadas *OY* (también se llaman **funciones pares**).
2. Funciones simétricas respecto al origen (también llamadas **funciones impares**).
3. Las funciones que no son simétricas son **asimétricas**.

- **Funciones pares:** Una **función par** es una <u>función</u> **simétrica respecto al eje de ordenadas *OY***. Es decir, si plegásemos la gráfica por el eje de ordenadas encima de la otra parte, la gráfica se solaparía.

Las **funciones pares** son las que cumplen que las <u>imágenes</u> del opuesto de un elemento (-*x*) y la <u>imagen</u> de este elemento (*x*) coinciden, es decir:

$$f(-x) = f(x)$$

- **Funciones impares:** Una **función impar** es una <u>función</u> **simétrica respecto al origen** *O*. Si plegásemos la gráfica por el eje de ordenadas (*OY*) y después de nuevo por el eje de abscisas (*OX*), la gráfica se solaparía.

En las **funciones impares** se cumple que la <u>imagen</u> del opuesto de un elemento (-*x*) es la <u>imagen</u> opuesta de dicho elemento (*x*), es decir:

$$f(-x) = -f(x)$$

- **Método de estudio de la simetría:** Para estudiar la simetría debemos de estudiar cual es la imagen de $-x$.

1. Si $f(-x) = f(x)$, entonces la función es **par** y simétrica respecto al eje de ordenadas OY.
2. Si por el contrario $f(-x) = -f(x)$, entonces la función es **impar** y simétrica respecto al origen O.
3. En el caso de que no se cumplan ninguna de las dos anteriores hipótesis, la función es **asimétrica**.

Ejemplo

Sea la función $f(-x) = x^4-3x^2$. Vamos a estudiar la **simetría** de la función evaluando $f(-x)$.

$$f(-x) = (-x)^4 - 3\cdot(-x)^2 = x^4 - 3x^2 = f(x)$$

Vemos que $f(-x) = f(x)$, por lo que f es una **función par**.

Ejemplo

Ahora tenemos la función $f(-x) = x^3-4x$. Análogamente, estudiamos la **simetría**:

$$f(-x) = (-x)^3 - 4\cdot(-x) = -x^3 + 4x = -f(x)$$

En este caso, $f(-x) = -f(x)$, siendo la **función simétrica impar**.

Ejemplo

Por último, ahora tenemos la función $f(-x) = x^3-4x^2+3$. Estudiemos la **simetría** evaluando $f(-x)$.

$$f(-x) = (-x)^3 - 4\cdot(-x)^2 + 3 = -x^3 - 4x^2 + 3$$

$$\textit{Entonces} \quad f(-x) \neq f(x) \quad \text{y} \quad f(-x) \neq -f(x)$$

No se cumplen ninguna de las dos condiciones, por lo tanto, la **función es asimétrica**.

			ACTIVIDAD 02
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Teniendo en cuenta su gráfica, estudia la función $y = x^2$ en los intervalos $[0; 0,5]$ y $[-0,5; 0]$.

a) ¿Es creciente o decreciente?

b) ¿Qué se puede afirmar del punto $(0, 0)$?

2. Estudia la simetría de las siguientes funciones, indicando en caso afirmativo de qué tipo de simetría se trata.

a) $f(x) = x^3 - 4x$ b) $h(x) = \dfrac{3}{x-1}$

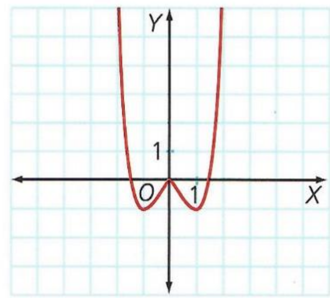
c) $g(x) = 2 - x^4$ d) $j(x) = 1 - x^3$

3. Para cada una de las funciones representadas a continuación, estudia:

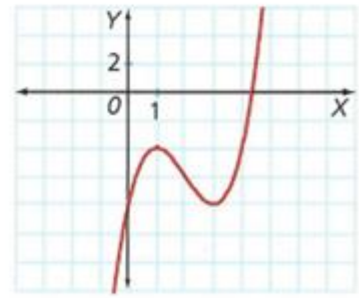
a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) La simetría.

$f(x) = x^4 - 2x$



$g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$



Semana 3 | Algebra | FUNCION LINEAL Y AFIN

- ***Función Lineal***

La fórmula de la función lineal es: y = m x donde m es la pendiente de la recta (grado de inclinación). Estas rectas pasan siempre por el origen de coordenadas punto (0, 0). La ordenada en el origen n es 0.

Ejemplo

$y = 2x, f(x) = y = -\frac{2}{5}x; y = 12x$ son funciones lineales. La m se denomina la constante de proporcionalidad.

La representacion grafica de una funcion lineal en el plano cartesiano es una linea recta no vertical que pasa por el origen.

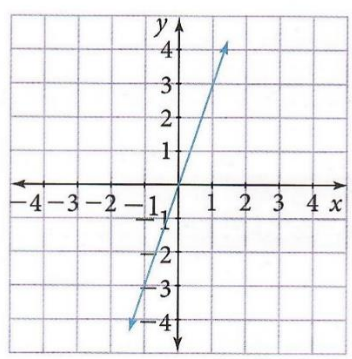
Ejemplo

Realizar la representación gráfica de las siguientes funciones lineales:

a. $y = 3x$

Se elabora la tabla de valores y luego, se ubican los puntos de la tabla en el plano cartesiano y se unen con una línea recta, así:

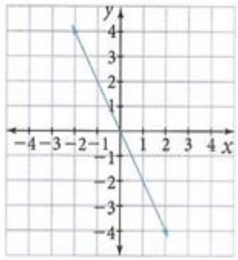
x	$y = 3x$
−2	−6
−1	−3
0	0
1	3
2	6



b. $y = -2x$

Se construye la tabla de valores para la función y luego, se ubican los puntos en el plano cartesiano así:

x	$y = -2x$
−2	4
−1	2
0	0
1	−2
2	−4



② Determinar si la relación propuesta es o no es una función lineal.

La longitud de la circunferencia en función del radio.

La longitud de la circunferencia se puede expresar como:

$C = 2\pi r$, donde C es la longitud de la circunferencia y r es el radio.

Como la función de la longitud de la circunferencia se puede escribir de la forma $C = mr$, entonces, es una función lineal.

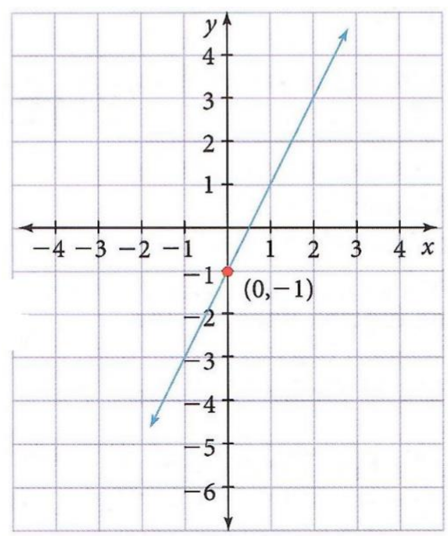
- ***Función Afín***

Una **función afín** es aquella cuya expresión algebraica es del tipo $y = mx + b$, siendo m y b números distintos de 0.

- Su gráfica es una línea recta.
- El número m es la **constante de proporcionalidad**.
- El número b es el **punto de corte de la recta con el eje *Y*** en la coordenada *(0,b)*.

Ejemplo

la gráfica de la función $y = 2x - 1$ es una recta que corta al eje y en el punto $(0, -1)$,



Una función afín siempre corta al eje Y en un punto. También, corta al eje X en un punto.
El **punto de corte con el eje Y** es el punto de la recta que tiene la primera coordenada igual a 0:

$$(0, f(0))$$

El **punto de corte con el eje X** es el punto de la recta que tiene 00 en la segunda coordenada. Se calcula igualando a 00 la función y resolviendo la ecuación obtenida.

Ejemplo

① Hallar los puntos de corte de la gráfica de la función $y = \frac{3}{2}x - 6$ con los ejes coordenados.

Para el punto de corte con el eje x, $(x, 0)$ se hace

$y = \frac{3}{2}x - 6$

$0 = \frac{3}{2}x - 6$ — *Se remplaza $y = 0$.*

$6 = \frac{3}{2}x$ — *Se suma 6.*

$x = 4$ — *Se despeja x.*

Así, el punto $(x, 0) = (4, 0)$, corte con el eje x.

Para el punto de corte con el eje y, $(0, y)$ se hace

$y = \frac{3}{2}x - 6$

$y = \frac{3}{2}(0) - 6$ — *Se remplaza $x = 0$.*

$y = -6$ — *Se despeja y.*

Por tanto, $(0, y) = (0, -6)$ es el punto de corte en el eje y.

(2) Determinar en cada situación si la función expresada hace referencia a una función lineal o a una función afín.

a. $y = 5 - 7x$

Como la función $y = 5 - 7x$ tiene la forma $y = mx + b$, entonces, la función es afín.

b. La relación entre los grados Celsius y los grados Fahrenheit está dada por la función $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

La ecuación $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ se puede expresar como $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$.

Como la ecuación tiene la forma $y = mx + b$, entonces, la función es afín.

c. La relación entre la cantidad de gaseosas y el precio en pesos, está dado por la siguiente tabla.

Cantidad de gaseosas	1	2	3	4	5
Precio $	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000

Si n es la cantidad de gaseosas, entonces, el precio que se debe pagar es $p = 1.000n$.

Por lo tanto, la función es lineal.

			ACTIVIDAD 03
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1 Identifica la constante de proporcionalidad de estas funciones lineales y represéntalas gráficamente.

a) $y = -x$

b) $y = -\frac{4}{7}x$

c) $y = \frac{3}{2}x$

d) $y = \pi x$

2. Indica si cada una de las siguientes funciones es lineal o no. Justifica tu respuesta.

a) $y = -4x$

b) $y = x^3$

c) $y = 5x + 1$

d) $y = -2x$

e) $y = (x + 1)^2$

f) $y = 3(x + 5)$

3. Representa en un mismo plano cada función afín con su respectiva función lineal asociada. Calcula los puntos de corte con los ejes coordenados.

a) $y = -8x - \frac{1}{2}$

b) $y = -x + \frac{2}{3}$

c) $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$

d) $y = -\frac{7}{8}x + \frac{1}{2}$

e) $y = \frac{5}{4}x - \frac{6}{7}$

4. Grafica sobre un mismo plano cada grupo de funciones. Luego, responde.

a) $f(x) = 4x + 5$
$h(x) = 4x + 3$
$i(x) = 4x - 2$

b) $f(x) = 2x + 2$
$h(x) = -2x + 2$
$i(x) = 3x + 2$

¿Qué diferencias hay entre las fórmulas de las funciones? ¿Y entre sus gráficas?

5. $f(x) = 4x + 9$ representa la variación del capital inicial (en millones de pesos) de una empresa con x años de funcionamiento. Es verdadero o falso que:

a) La función no es lineal, porque 9 y 4 son números cuadrados.

b) El capital inicial fue de nueve millones.

Semana 4 | Algebra | ECUACIÓN DE LA LINEA RECTA

- ***Pendiente de una recta***

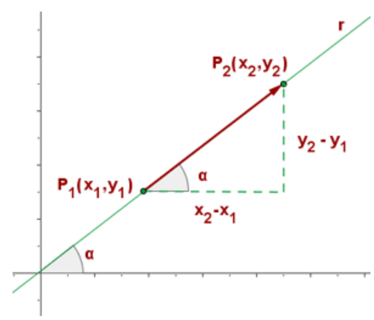
La pendiente de una recta es su inclinación. En una función lineal o afín corresponde a la constante de proporcionalidad (m). Tiene una forma muy específica de medirse. Si se toma cualquier par de puntos dentro de la recta y medimos cuánto necesitamos movernos en cada sentido, vertical y horizontal, para llegar de uno a otro, el cociente de esas dos medidas (siempre el cambio vertical entre el cambio horizontal) es la pendiente de la recta.

Existe una fórmula para calcular la pendiente de una recta:

$$Primer\ punto: (x_1, y_1)$$

$$Segundo\ punto: (x_2, y_2)$$

$$pendiente = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Ejemplo

Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos A (3,1) y B (0,-1)

Se toman A y B, y se remplazan en la fórmula de la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Ecuación de la pendiente.}$$

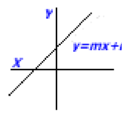
$$m = \frac{1-(-1)}{3-0} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Por tanto, la pendiente de la recta es $\frac{2}{3}$.

- ***Signo de la pendiente de una recta***

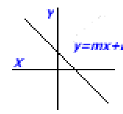
El signo de la pendiente de una recta depende del ángulo de la recta con respecto al eje x. De acuerdo con esto se pueden presentar 4 casos:

Pendiente positiva



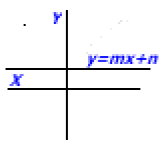
Cuando la recta es creciente (al aumentar los valores de x aumentan los de y), su pendiente es positiva, en la expresión analítica m>0

Pendiente negativa

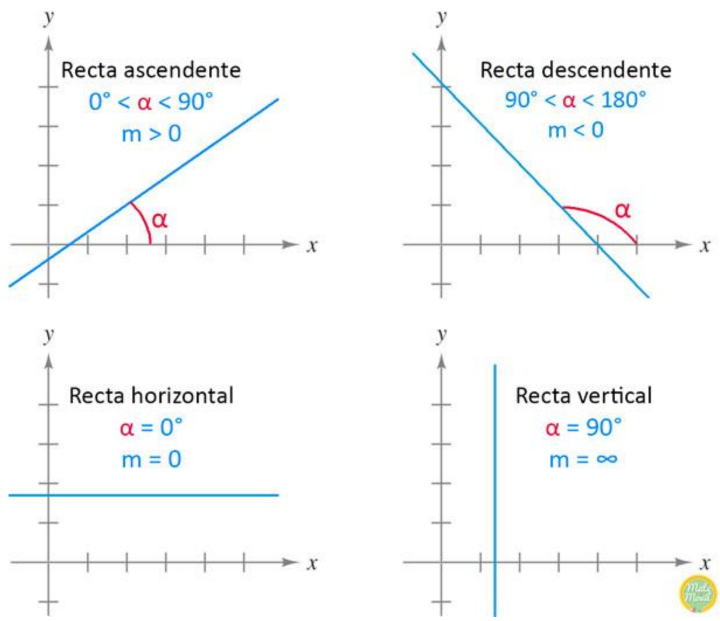


Cuando la recta es decreciente (al aumentar los valores de x disminuyen los de y), su pendiente es negativa, en la expresión analítica m<0

Pendiente nula



Cuando la recta es constante se dice que tien pendiente nula, en la expresión analítica m=0



Ejemplo

Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-4, 2)$ y $(3, 2)$ y determina si es creciente, decreciente u horizontal.

Sean $(x_1, y_1) = (-4, 2)$ y $(x_2, y_2) = (3, 2)$. Al reemplazar los valores en la fórmula $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ se tiene: $m = \dfrac{2-2}{3-(-4)} = 0$.

Por tanto, la recta que pasa por los puntos $(-4, 2)$ y $(3, 2)$ es horizontal, pues la pendiente es cero.

- ***Ecuación general de la recta***

La ecuación de la forma $y = mx + b$ se llama ecuación explicita de la recta. Esta forma esta derivada de la ecuación general de la recta.

La ecuación general de la recta es una expresión de la forma $Ax + By + C = 0$, donde A, B y C son números reales.

Para calcular la ecuación explicita a partir de la forma general se debe despejar y:

De la ecuación general se puede despejar y para determinar la ecuación explícita y así obtener el valor de la pendiente m y el intercepto con el eje y.

$Ax + By + C = 0$ Ecuación general de la recta.

$By = -Ax - C$ Se restan Ax y C.

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ Se despeja y.

Por tanto, para la recta que tiene como ecuación $Ax + By + C = 0$, la pendiente es $m = -\frac{A}{B}$ y el corte con el eje y es $b = -\frac{C}{B}$, para $B \neq 0$.

Si la ecuación de una recta está dada en forma explícita, entonces, su forma general se puede obtener con algunas operaciones algebraicas.

Ejemplo

1 Encontrar la pendiente de la recta y el corte con el eje y de la recta cuya ecuación general es $3x + 2y - 4 = 0$.

Para encontrar la pendiente de la recta y el corte con el eje y se debe expresar la ecuación $3x + 2y - 4 = 0$ en forma explícita. Así:

$3x + 2y - 4 = 0$

$2y = -3x + 4$ *Se resta $3x$ y se suma 4.*

$y = -\frac{3}{2}x + 2$ *Se despeja y y se simplifica.*

En la ecuación $y = -\frac{3}{2}x + 2$, se tiene que:

$m = -\frac{3}{2}$ y el corte con el eje y es $(0, 2)$.

2 Expresar la ecuación $y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$ en forma general.

$y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$

$12 \cdot y = 12 \cdot \frac{5}{4}x - 12 \cdot \frac{7}{6}$ *Se eliminan los denominadores multiplicando por 12.*

$12y = 15x - 14$ *Se simplifica.*

$12y - 15x + 14 = 0$ *Se resta $15x$ y se suma 14.*

$-15x + 12y + 4 = 0$ *Se organizan los términos.*

Por lo tanto, la ecuación general de la recta es $-15x + 12y + 4 = 0$ donde $A = -15$, $B = 12$ y $C = 4$.

- ***Casos de cálculo de la ecuación de la recta***

Caso1: Cuando se conoce la pendiente y el intercepto (punto de corte) con el eje y

En este caso, se reemplaza el valor de m y b en la ecuación explicita $y = mx + b$

Ejemplo

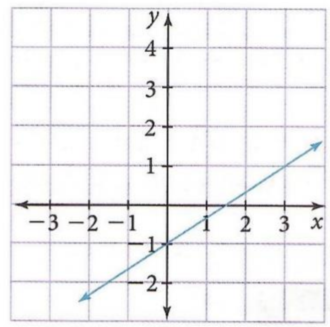
determinar la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y que corta el eje y en -1.

$y = mx + b$ — *Ecuación de la recta.*

$y = \left(\frac{2}{3}\right)x + (-1)$ — *Se remplazan los valores de m y b.*

$y = \frac{2}{3}x - 1$ — *Se realizan operaciones.*

Por lo tanto, la ecuación de la recta es $y = \frac{2}{3}x - 1$.



La representación gráfica de esta recta se obtiene ubicando $b = -1$ en el eje y, luego, a partir de este punto y la pendiente de la recta, se puede hallar otro punto desplazándose 3 unidades en forma horizontal y 2 unidades en forma vertical.

Caso 2: Cuando se conoce la pendiente y un punto

La ecuación de la recta expresada como $y = mx + b$, donde m representa la pendiente y b la intersección de la recta con el eje y, se denomina **ecuación pendiente–intercepto** o **ecuación de la recta**.
La ecuación de la recta, dados la pendiente y un punto (x_1, y_1) es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

y es llamada **ecuación punto–pendiente**.

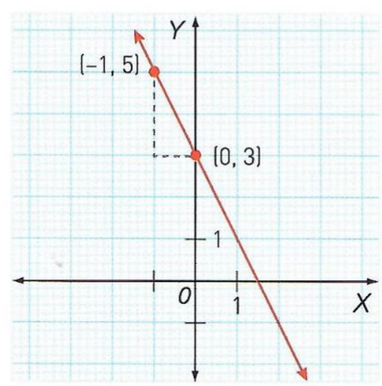
Ejemplo

Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-1, 5)$ y tiene pendiente -2

$y - 5 = -2[x - (-1)]$ ← Ecuación punto–pendiente

$y - 5 = -2x - 2$

$y = -2x + 3$ ← Ecuación de la recta



Para representar la recta en el plano se ubica el punto $(-1, 5)$ y como la pendiente disminuye 2 unidades en y por cada unidad en x, se puede ubicar el punto $(0, 3)$ y trazar la recta como en la figura

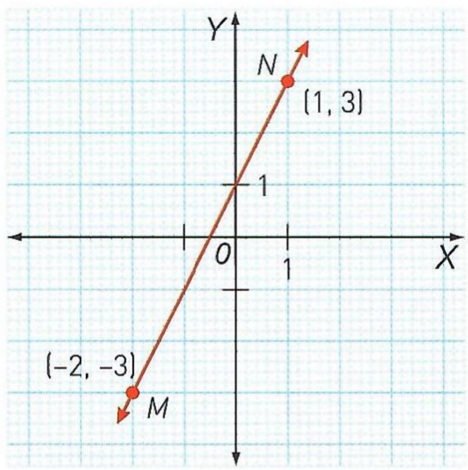
Caso 3: Cuando se conocen dos puntos

En este caso, primero se halla la pendiente mediante la fórmula $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ con las coordenadas de los dos puntos.

Luego, con la pendiente m y cualquiera de los puntos conocidos, se halla el valor de b en la ecuación $y = mx + b$ y se procede igual que en el caso anterior.

Ejemplo

Establece la ecuación de la recta que pasa por los puntos M y N, de acuerdo con la figura



Los puntos dados son: $M(-2, -3)$ y $N(1, 3)$ y la pendiente de la recta que pasa por ellos es:

$$m = \frac{3 - (-3)}{1 - (-2)} = 2$$

Retomando la ecuación punto-pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$, y reemplazando en ella el valor de m y el punto $N(1, 3)$, se tiene:

$y - 3 = 2(x - 1)$ ← Ecuación punto-pendiente

$y - 3 = 2x - 2$

$y = 2x + 1$ ← Ecuación de la recta

ACTIVIDAD 04			
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1 Encuentra la ecuación explícita de cada una de las siguiente rectas. Indica la pendiente y el intercepto. Determinar la ecuacion general en cada caso.

a. $y = 4x - 1$

b. $3y = 2x - 6$

c. $4x - y = 8$

d. $7x + 2y = 10$

e. $-y = -2 + x$

f. $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = 2$

g. $5 - 2x = 4y$

h. $8 - x = \frac{1}{2}y$

i. $3x - 4y = 7$

j. $x - 1 = 2y$

k. $4x + 6y = 3$

l. $\frac{3}{4}y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

2 Encuentra la ecuación explícita de la recta, dadas las siguientes condiciones.
Determinar la ecuacion general en cada caso.

a. Pasa por $(3, 1)$ y la pendiente es -3.

b. Pasa por $(-1, -5)$ y $(3, 6)$.

c. Pasa por $(-3, 5)$ y la pendiente es 2.

d. Pasa por $\left(-\frac{3}{4}, 1\right)$ y $(5, 4)$.

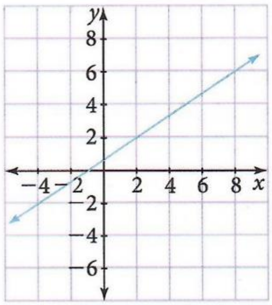
e. Pasa por el punto $(2, 4)$ y es paralela al eje x.

f. Pasa por $(-5, 4)$ y su intercepto con el eje y es -1.

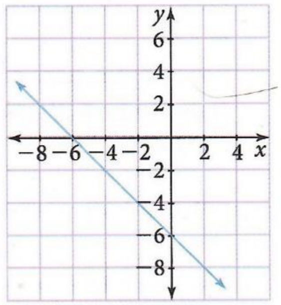
3 Escribe las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la gráfica de cada recta. Luego, encuentra la ecuación explícita de la recta.

Determinar la ecuacion general en cada caso.

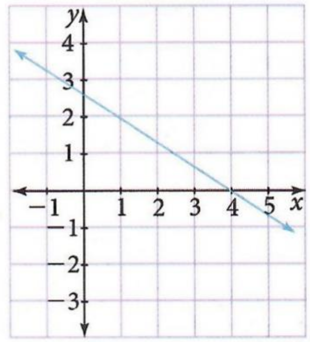
a.



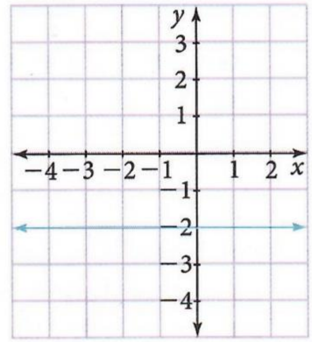
c.



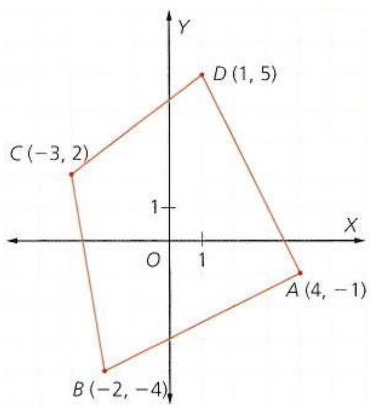
b.



d.



4. Analiza la información de la Figura . Luego, responde la pregunta.



¿Cuáles son las ecuaciones de las rectas que contienen los lados del cuadrilátero *ABCD*?

5. Una empresa de turismo ha observado que cuando el precio de un viaje es de $ 15 000 se venden 40 asientos, pero si el precio sube a $ 18 000 las ventas bajan a 30 asientos.

a. Encuentra la ecuación de la recta que representa la situación y dibuja su gráfica.

b. Realiza la gráfica de la función.

c. Determina el precio del pasaje si la venta sube a 56 asientos.

Semana 5 | Algebra | RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

Dadas dos rectas diferentes en el plano cartesiano, se pueden presentar tres situaciones: las rectas son paralelas, las rectas son perpendiculares o las rectas son secantes.

- ***Rectas Paralelas***

Dos rectas son paralelas cuando no se cortan. Esto ocurre cuando las rectas tienen la misma pendiente.

Se cumple que $m_1 = m_2$

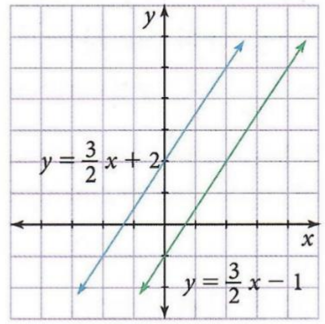
Siendo m_1, m_2 las pendientes de las rectas paralelas

Ejemplo

Por ejemplo, las rectas $l_1: y = \frac{3}{2}x - 1$ y $l_2: y = \frac{3}{2}x + 2$ son paralelas porque al relacionar sus pendientes se tiene:

En $l_1: y = \frac{3}{2}x - 1$ la pendiente es $m_1 = \frac{3}{2}$.

En $l_2: y = \frac{3}{2}x + 2$ la pendiente es $m_2 = \frac{3}{2}$.



Ejemplo

Halla la ecuación de la recta que contiene el punto (1, 2) y que es paralela a la recta cuya ecuación es $y = \frac{2}{5}x + 8$.

La pendiente de la recta que se pide debe ser igual a la pendiente de $y = \frac{2}{5}x + 8$, ya que son paralelas, es decir, $m = \frac{2}{5}$. Como uno de los puntos de la recta es (1, 2), utilizamos la ecuación punto pendiente.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{2}{5}(x - 1)$$

$$y - 2 = \frac{2}{5}x - \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{2}{5} + 2 \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$$

- ***Rectas Perpendiculares***

Dos rectas son **perpendiculares** cuando se cortan formando un ángulo recto (ángulo de 90°).Esto ocurre cuando la pendiente de una de las rectas es el opuesto del inverso de la otra. Es decir, si la pendiente de una de las rectas es m, la otra debe ser −1/m.

Se cumple que $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

Siendo m_1, m_2 las pendientes de las rectas perpendiculares

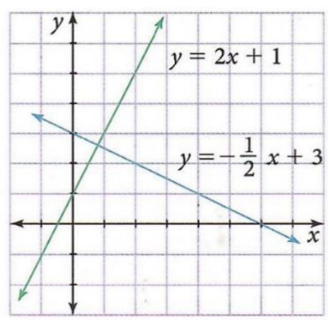
Ejemplo

Por ejemplo, las rectas $l_1: y = 2x + 1$ y $l_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$ son perpendiculares porque:

En $l_1: y = 2x + 1$ la pendiente es $m_1 = 2$.

En $l_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$ la pendiente es $m_2 = -\frac{1}{2}$.

$$m_1 \cdot m_2 = (2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$



Como el producto de las pendientes es −1, entonces, las rectas son perpendiculares como se muestra en la figura.

Ejemplo

Halla la ecuación de la recta que contiene el punto (2, 5) y es perpendicular a $y = 2x + 3$.

La pendiente de $y = 2x + 3$ es $m = 2$ y como las rectas son perpendiculares, entonces la pendiente de la recta que se pide es $m_1 = -\frac{1}{2}$. Se utiliza la ecuación punto pendiente con $x_1 = 2$, $y_1 = 5$, para encontrar la ecuación de la recta perpendicular:

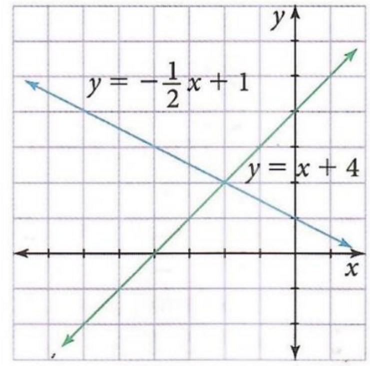
$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 6$$

- ***Rectas Secantes:***

Dos rectas son secantes cuando se cortan en un único punto sin formar un ángulo recto.

Ejemplo

Por ejemplo, las rectas $y = x + 4$ y $y = -\frac{1}{2}x + 1$ no son ni paralelas, ni perpendiculares y se cortan en el punto $(-2, 2)$, por lo tanto, son secantes, como se muestra en la figura.



			ACTIVIDAD 05
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. En cada caso halla la ecuación de la recta que es paralela a la recta indicada y que contiene el punto dado.
   a. $y = 2x + 5$ $(6, 8)$
   b. $y = \left(-\frac{3}{5}\right)x + 2$ $(-1, 0)$
   c. $-3x + 2y - 5 = 0$ $\left(8, -\frac{1}{2}\right)$
   d. $y = -\frac{1}{2}$ $(5, 9)$
2. En cada caso halla la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta indicada y que contiene el punto dado.
   a. $2x + 3y = 4$; $(2, 3)$
   c. $4x + 3y - 5 = 0$; $\left(0, \frac{5}{3}\right)$
   b. $y = 5x - 3$; $(1, 3)$
   d. $y = -x - 2$; $(2, -4)$
3. La recta $3x + my - 6 = 0$ pasa por el punto $(3, 2)$ y es paralela a la recta $nx + 2y = 12$. Calcula m y n.
4. Halla la ecuación de la recta que pasa por $(-3, 2)$ y es paralela a la recta que pasa por $(0, -2)$ y $(5, 4)$.
5. Escribe dos ecuaciones de rectas paralelas que tengan pendiente cero.
6. Halla la ecuación de la recta que satisface las condiciones siguientes:
   a. $m = -3$ y $b = -2$.
   b. Pasa por $(3, 5)$ y $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right)$
   c. Paralela al eje x y ordenada al origen -4.
   d. Paralela al eje y y $x = 3$.

Semana 6 | Algebra | RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES: METODO GRÁFICO Y POR SUSTITUCIÓN

- ***Definición de un Sistema de Ecuaciones Lineales***

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y, se expresa como:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

donde a, b, a' y b' son números reales llamados coeficientes de las incógnitas, y donde c y c' son también números reales llamados términos independientes.

Llamamos **solución del sistema anterior**, a un par de valores, uno para x y otro para y que verifican o satisfacen las dos ecuaciones del sistema.

Dos sistemas de ecuaciones se dice que son **equivalentes** si ambos tienen la misma solución.

- ***Clasificación de los sistemas de ecuaciones***

Los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, los vamos a clasificar, dependiendo del **número de soluciones** en:

a. **INCOMPATIBLES:** Si no tienen solución.

b. **COMPATIBLES:** Si tienen solución, en cuyo caso se clasifican en:

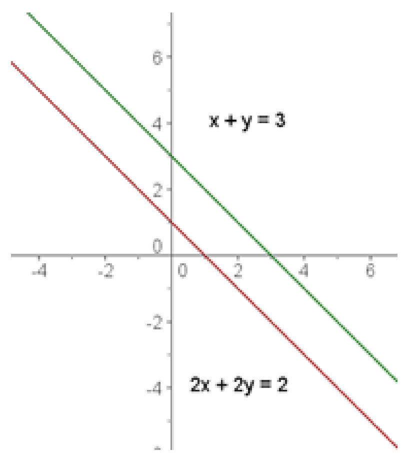
- Determinado: si su solución es única.
- Indeterminado: si tiene infinitas soluciones.

La interpretación grafica de esta clasificación resulta bastante evidente pues la representación de cada ecuación lineal se corresponde con una recta, de manera que:

- Cuando el sistema sea incompatible (no tenga solución), entonces las dos rectas serán paralelas (no tienen ningún punto en común).

Ejemplo

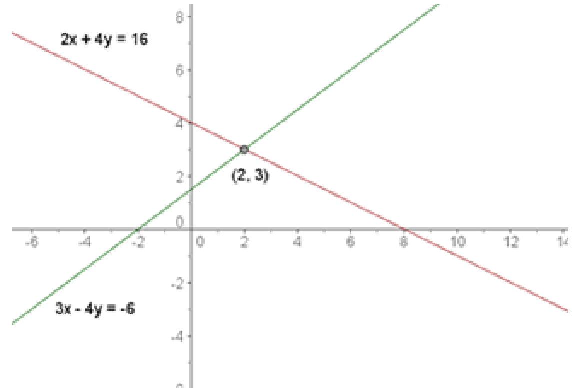
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$



Este sistema no tiene solución puesto que gráficamente no tiene punto de corte entre las rectas.

- Cuando el sistema sea compatible determinado (tenga una única solución), entonces las rectas serán secantes (se cortan en un sólo punto).

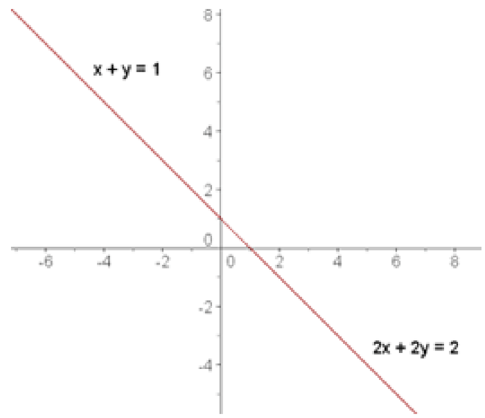
$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$



Este sistema tiene una única solución puesto que gráficamente tiene punto de corte entre las rectas en (2,3)

- Cuando el sistema sea compatible indeterminado (tenga infinitas soluciones), entonces las rectas serán coincidentes (se cortan en infinitos puntos).

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$



Este sistema tiene múltiples soluciones puesto que gráficamente una recta se sobrepone sobre la otra.

- ***Métodos de Solución de sistemas de ecuaciones (2x2)***

1. METODO GRAFICO

Resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método grafico consiste en representar las ecuaciones de las rectas que conforman el sistema y determinar el punto en que se interceptan. El punto de corte (x, y) se denomina punto solución del sistema. Para los casos en los que no se pueda determinar el punto de intercepción se debe tener en cuenta los criterios de interpretación grafica enunciados en el apartado anterior.

Ejemplo

Resolver gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y + x = 3 \end{cases}$

Lo primero que hacemos es despejar la y en ambas ecuaciones.

Primera ecuación: $y - 2x = 0 \rightarrow$ $y = 2x$

Segunda ecuación: $y + x = 3 \rightarrow$ $y = 3 - x$

Ahora vamos a calcular unos cuantos puntos de las dos funciones para representarlas.

Utilizaremos x = 0 y x = 2.

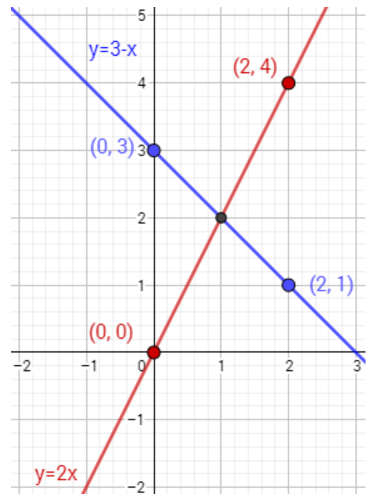
Para la primera ecuación tenemos la tabla:

x	$y = 2x$	Punto
0	0	(0,0)
2	4	(2,4)

Para la segunda ecuación tenemos la tabla:

x	$y = 3 - x$	Punto
0	3	(0,3)
2	1	(2,1)

Ahora representamos los puntos de cada tabla uniéndolos:



La solución del sistema es el punto donde las gráficas se cortan:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ejemplo

Resolver gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 3y - 5x = 3 \\ 9y - 9 = 15x \end{cases}$

En este problema vamos a dar valores a x y a y sin despejar la y. Calcularemos los puntos de corte con los ejes dando los valores x = 0 e y = 0.

En la primera ecuación, si x = 0, entonces:

$$3y - 5 \cdot 0 = 3 \rightarrow$$
$$3y = 3 \rightarrow$$
$$y = 1$$

Y si y = 0, entonces:

$$3 \cdot 0 - 5 \cdot x = 3 \quad \rightarrow$$
$$-5x = 3 \quad \rightarrow$$
$$x = -\frac{3}{5} = -0.6$$

En la segunda ecuación, si x = 0, entonces:

$$9y - 9 = 15 \cdot 0 \rightarrow$$
$$9y - 9 = 0 \qquad \rightarrow$$
$$y = \frac{9}{9} = 1$$

Y si y = 0, entonces:

$$9 \cdot 0 - 9 = 15x \rightarrow$$
$$-9 = 15x \rightarrow$$
$$x = -\frac{9}{15} = -0.6$$

Para la primera función tenemos la tabla:

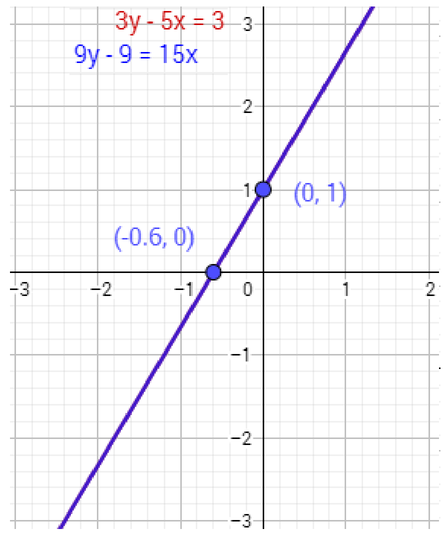
x	y	Punto
0	1	(0,1)
−0.6	0	(−0.6,0)

x	y	Punto
0	1	(0,1)
−0.6	0	(−0.6,0)

Para la segunda función tenemos la tabla:
Los dos puntos obtenidos para cada función son los iguales. Esto significa que las rectas se cortan en dos puntos y, por tanto, las ecuaciones representan la misma recta. Recordad que la intersección entre dos rectas puede ser:

- un único punto,
- ningún punto (las rectas son paralelas) o
- infinitos puntos (se trata de la misma recta).

En este problema estamos en el segundo caso.
Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.
La gráfica de las rectas del sistema es el que se muestra en la figura.



2. METODOS ANALITICOS O ALGEBRAICOS

Solución por Sustitución: Si la solución de un sistema no consta de números naturales y pequeños, el método grafico no es practico. Se puede resolver un sistema por el método de sustitución.

Este método consiste en hallar, en una de las ecuaciones dadas originalmente, el valor de una de las incógnitas en función de la otra. Luego, se sustituye este valor obtenido en la otra ecuación para obtener una ecuación con una sola incógnita.

Procedimiento:

Paso 1.
Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones.

Paso 2.
Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación

Paso 3.
Se resuelve la ecuación resultante

Paso 4.
El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso

Paso 5.
Solución del sistema.

Ejemplo

Resuelve por sustitución el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x - y = 6 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$$

1. Despejamos una de las incógnitas en una de las dos ecuaciones. Elegimos la incógnita que tenga el coeficiente más bajo.

$$x = 10 - 3y$$

2. **Sustituimos** en la otra ecuación la variable x, por el valor anterior:

$$5(10-3y)-y=6$$

3. Resolvemos la ecuación obtenida:

$$5(10-3y)-y=6$$

$$50-15y-y=6$$

$$-16y=6-50$$

$$-16y=-44$$

$$y=\frac{-44}{-16} \quad y=\frac{11}{4}$$

4. **Sustituimos el valor** obtenido en la variable despejada:

$$x=10-3y \longrightarrow x=10-3\frac{11}{4}$$

$$x=10-\frac{33}{4} \longrightarrow x=\frac{40}{4}-\frac{33}{4}$$

$$x=\frac{7}{4}$$

5. Solución:

$$x=\frac{7}{4} \qquad y=\frac{11}{4} \quad \left(\frac{7}{4},\frac{11}{4}\right)$$

Ejemplo

Resuelve por sustitución el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{2}=5 \\ 4-\dfrac{2x-y}{2}=1 \end{cases}$

Quitamos denominadores: $\begin{cases} x+3y=10 \\ 8-2x+y=2 \end{cases}$

Operamos en la segunda ecuación: $\begin{cases} x+3y=10 \\ -2x+y=-6 \end{cases}$

Despejamos la x en la primera ecuación: $x=10-3y$

Sustituimos en la segunda ecuación y la resolvemos la ecuación:

$$-2(10-3y)+y=-6 \longrightarrow -20+6y+y=-6 \longrightarrow 7y=14 \longrightarrow y=2$$

Sustituimos el valor de y en la primera ecuación: $x=10-3\cdot 2 \longrightarrow x=4$

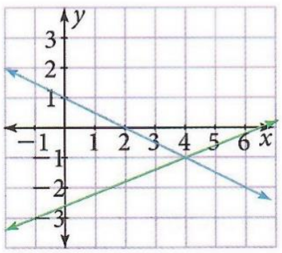
Solución: $x=4$; $y=2$ **o (4,2)**

			ACTIVIDAD 06
Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

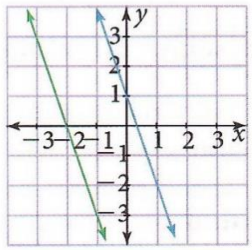
NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Escribe el sistema de ecuaciones que corresponde a cada grafica. Luego, indica el tipo de solución que tiene cada sistema a partir de la gráfica.

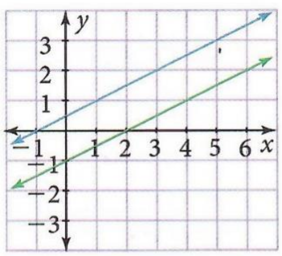
a.



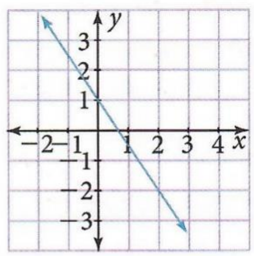
d.



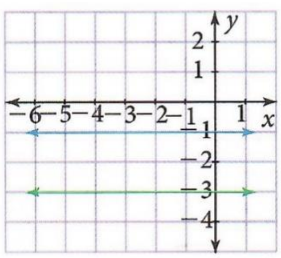
b.



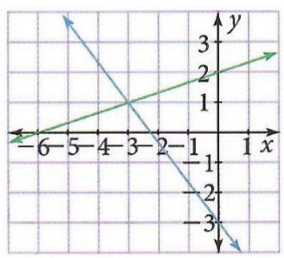
e.



c.



f.



2. Escribe la ecuación de cada par de rectas y determina su solución de forma gráfica:

a. $\begin{cases} l_1: m = 2, \text{ y intercepto } b = 3 \\ l_2: m = 1, \text{ y intercepto } b = 5 \end{cases}$

b. $\begin{cases} l_1: m = -1, \text{ y intercepto } b = 2 \\ l_2: m = \frac{1}{4}, \text{ y intercepto } b = 5 \end{cases}$

3. Resuelve **por sustitución** los sistemas de ecuaciones y **verifica** el resultado **gráficamente**.

a. $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 5x = 6 - 3y \\ x + 1 = y \end{cases}$

c. $\begin{cases} 5a - 4b = -7 \\ a - \frac{3}{5}b = -2 \end{cases}$

d. $\begin{cases} \dfrac{8x + y - 1}{x - y - 2} = 2 \\ \dfrac{x + y}{x - y} = -\dfrac{2}{7} \end{cases}$

e. $\begin{cases} \dfrac{m + n}{m - n} = -7 \\ \dfrac{m + n + 1}{m + n - 1} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$

f. $\begin{cases} 3x = 2y - 7 \\ 2x = y + 3 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 10a + 18b = -11 \\ 16a - 9b = -5 \end{cases}$

h. $\begin{cases} \frac{1}{2}m - \frac{1}{3}n = 2 \\ \frac{1}{4}m - \frac{2}{3}n = 6 \end{cases}$

i. $\begin{cases} s = -\dfrac{3t + 3}{4} \\ 4t = -(1 + 5s) \end{cases}$

j. $\begin{cases} 4m + 3n = 8 \\ 8n - 9m = -77 \end{cases}$

Semana 7 | Algebra | RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO POR IGUALACIÓN, SUSTITUCIÓN Y REGLA DE CRAMER

METODOS ANALITICOS O ALGEBRAICOS

- ***Solución por Igualación:*** El método de igualación consiste en aislar una incógnita en las dos ecuaciones para igualarlas. Este método es aconsejable cuando una misma incógnita es fácil de aislar en ambas ecuaciones.

Procedimiento:

Paso 1.
Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

Paso 2.
Se igualan las expresiones, obteniendo una ecuación con una incógnita.

Paso 3.
Se resuelve la ecuación resultante.

Paso 4.
El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del primer paso.

Paso 5.
Solución del sistema.

Ejemplo

Resuelve por igualación el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

1. Aislamos una incógnita en las dos ecuaciones. Escogemos aislar la incógnita x:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 + y \\ x = -1 - 2y \end{cases}$$

2. Igualamos las expresiones. Como x = x, podemos igualar las expresiones obtenidas:

$$5 + y = -1 - 2y$$

3. Resolvemos la ecuación de primer grado obtenida:

$$\begin{aligned} 5 + y &= -1 - 2y \rightarrow \\ 2y + y &= -1 - 5 \rightarrow \\ 3y &= -6 \rightarrow \\ y &= -\frac{6}{3} \rightarrow \\ y &= -2 \end{aligned}$$

4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo. Sustituimos el valor de la incógnita y en alguna de las expresiones calculadas anteriormente (la primera, por ejemplo):

$$\begin{aligned} x &= 5 + y \rightarrow \\ x &= 5 - 2 \rightarrow \\ x &= 3 \end{aligned}$$

5. La solución del sistema es:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Ejemplo

Resuelve por igualación el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones. En este caso vamos a elegir despejar la variable x, aunque también es válido utilizar la otra variable.

Ecuación 1

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \\ 2x &= 20 - 3y \\ &\boxed{x = \frac{20 - 3y}{2}} \end{aligned}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ &\boxed{x = 3 + 2y} \end{aligned}$$

2. Se igualan las expresiones obtenidas en el paso 1, obteniendo una ecuación con una incógnita.

$$\frac{20 - 3y}{2} = 3 + 2y$$

3. Se resuelve la ecuación resultante del paso 2 despejando la incógnita

$$\begin{aligned} \frac{20 - 3y}{2} &= 3 + 2y \\ 20 - 3y &= (3 + 2y)(2) \\ 20 - 3y &= 6 + 4y \\ 20 - 6 &= 4y + 3y \\ 14 &= 7y \\ \frac{14}{7} &= y \\ &\boxed{y = 2} \end{aligned}$$

4. El valor obtenido en el paso 3 se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del paso 1. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 2:

$$\boxed{y = 2}$$

$$x = 3 + 2y$$
$$x = 3 + 2(2)$$
$$x = 3 + 4$$
$$\boxed{x = 7}$$

5. Solución del sistema:

$$\boxed{\begin{matrix} y = 2 \\ x = 7 \end{matrix}}$$

- ***Solución por Reducción:*** El método de reducción consiste en realizar la sumatoria de ambas ecuaciones con la finalidad de que alguna de las incógnitas desaparezca en el resultado de dicha operación.

Procedimiento:

Paso 1.
Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga..

Paso 2.
Sumamos ambas ecuaciones

Paso 3.
Se resuelve la ecuación resultante

Paso 4.
El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve.

Paso 5.
Solución del sistema.

Ejemplo

Resuelve por reducción el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Eliminamos la x multiplicando la primera ecuación por 2 y la segunda por −3

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \xrightarrow{x2} \\ 2x + 4y = 16 \xrightarrow{x(-3)} \end{cases} \begin{cases} 6x - 8y = -12 \\ -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

2. A la ecuación de arriba, le sumamos la ecuación de abajo y resolvemos la ecuación.

$$\begin{cases} \cancel{6x} - 8y = -12 \\ \cancel{-6x} - 12y = -48 \end{cases}$$
$$-20y = -60 \qquad y = 3$$

3. Sustituimos el valor de y en cualquiera de las 2 ecuaciones iniciales, en este caso la segunda.

$$2x + 4 \cdot 3 = 16$$
$$2x + 12 = 16$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

4. Solución: $x = 2, \; y = 3$

Ejemplo

Resuelve por reducción el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

1. Como ninguna de las variables tiene el mismo coeficiente debemos de realizar una multiplicación. La segunda ecuación se debe multiplicar por -2:

$$-2(x+3y=7) \quad \rightarrow -2x - 6y = -14$$

Ahora tenemos: $\begin{cases} 2x+4y = & 10 \\ -2x-6y = & -14 \end{cases}$

2. Como tenemos coeficientes iguales en una de las variables, podemos restar las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 2x+4y = \;\; 10 \\ -\;\underline{2x-6y = -14} \\ 0-2y = -4 \end{array}$$

3. Despejamos y:

$$0-2y = -4$$
$$y = \tfrac{-4}{-2}$$
$$y = 2$$

4. Sustituimos y en la primera o la segunda ecuación:

$$\begin{array}{cc} 2x+4y=10 & x+3y=7 \\ 2x+4(2)=10 & x+3(2)=7 \\ 2x=2 & x=7-6 \\ x=1 & x=1 \end{array}$$

5. Solución: $x=1 \quad y=2$

- ***Solución por Regla de Cramer:*** Para poder usar este método se deben tener en cuenta el concepto de matriz 2x2 y de determinante de una matriz 2x2.

Una **matriz 2×2** no es más que un arreglo de elementos que posee dos columnas y dos filas.

Matriz 2x2.
Dos filas y dos columnas

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Y un **determinante de una matriz 2×2** consiste en restar el producto de las diagonales de la matriz:

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

Veamos que sí es la resta del producto de las diagonales:

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \boxed{ad} - bc$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - \boxed{bc}$$

La **regla de Cramer** es una fórmula explícita para la solución de un sistema de ecuaciones lineales con tantas ecuaciones como incógnitas. La regla de Cramer es válida siempre que el sistema tenga una solución única.

La regla de Cramer se aplica para resolver sistemas de ecuaciones lineales que cumplan las siguientes condiciones:

- El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.
- El determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero.

Procedimiento:

Paso 1.
Se prepara la matriz de los coeficientes y se halla el determinante

Paso 2.
Se prepara la matriz de la incógnita x y se halla el determinante

Paso 3.
Se prepara la matriz de la incógnita y y se halla el determinante

Paso 4.
Hallamos el valor de las incógnitas

Paso 5.
Solución del sistema.

Ejemplo

Resuelve aplicando regla de Cramer el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 20 & \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 3 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

1. Se prepara la matriz de los coeficientes que acompañan a las incógnitas y se halla el determinante. Identificamos los coeficientes de las incógnitas y construimos la matriz M con ellos:

$$\boxed{\begin{matrix} 2x + 3y \\ x - 2y \end{matrix}}\begin{matrix} = 20 & \text{Ecuación 1} \\ = 3 & \text{Ecuación 2} \end{matrix}$$

Matriz de los coeficientes.

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & \ \ y \\ \downarrow & \ \ \downarrow \end{matrix} \\ M = & \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Calculamos su determinante:

$$|M| = (2)(-2) - (3)(1)$$
$$|M| = -4 - 3 = -7$$

2. Se prepara la matriz de la incógnita x, y se halla el determinante. La matriz de la incógnita X es la misma matriz de coeficientes con una diferencia. En lugar de colocar los coeficientes de X, se ubican los valores numéricos (constantes) que quedaron al otro lado de las ecuaciones.

$$\begin{matrix} 2x + 3y = \\ x - 2y = \end{matrix}\boxed{\begin{matrix} 20 \\ 3 \end{matrix}}\begin{matrix} \text{Ecuación 1} \\ \text{Ecuación 2} \end{matrix}$$

Matriz de los coeficientes.

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & \ \ y \\ \downarrow & \ \ \downarrow \end{matrix} \\ M = & \begin{bmatrix} \cancel{2} & 3 \\ \cancel{1} & -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$M_x = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 20 \\ 3 \end{matrix}} & \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Ya con esto tenemos la Matriz de X, y procedemos a calcular su determinante:

$$M_x = \begin{bmatrix} 20 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|M_x| = (20)(-2) - (3)(3)$$
$$|M_x| = -40 - 9 = -49$$

3. De igual manera, se procede a plantear la matriz de la incógnita y, calculando su determinante:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \qquad \text{Ecuación 1} \\ x - 2y &= 3 \qquad \text{Ecuación 2} \end{aligned}$$

Matriz de los coeficientes.

$$\begin{array}{ccc} & x & y \\ M = & \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cancel{3} \\ \cancel{-2} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$M_y = \begin{bmatrix} 2 & \boxed{\begin{matrix} 20 \\ 3 \end{matrix}} \\ 1 & \end{bmatrix}$$

$$M_y = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|M_y| = (2)(3) - (20)(1)$$
$$|M_y| = 6 - 20 = -14$$

4. Hallamos el valor de las incógnitas.

El valor de X va a ser igual al determinante de la matriz X dividido entre el determinante de la matriz de coeficientes. De la misma forma, se calcula el valor de Y.

$$x = \frac{|M_x|}{|M|} \qquad y = \frac{|M_y|}{|M|}$$

Para el sistema de ecuaciones del ejemplo, tendríamos:

$$x = \frac{|M_x|}{|M|} = \frac{-49}{-7} = 7$$
$$y = \frac{|M_y|}{|M|} = \frac{-14}{-7} = 2$$

5. Solución: $\boxed{\begin{matrix} y = 2 \\ x = 7 \end{matrix}}$

Ejemplo

Resuelve aplicando regla de Cramer el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 3x - 7y &= 12 \\ -5x - 2y &= 0 \end{aligned}$$

Primero se calcularán los tres determinantes asociados al sistema (el de los coeficientes, el de x y el de y):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = -41 \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 12 & -7 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -24 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = 60$$

Luego, se calculan los valores de las incógnitas x, y como el cociente de cada determinante de las incógnitas y el de los coeficientes:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{24}{41} \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -\frac{60}{41}$$

Solución: $S = \left\{ \left(\frac{24}{41}, -\frac{60}{41} \right) \right\}$

ACTIVIDAD 07

Apellidos		Nombres	
Curso		Fecha	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Resuelve **por igualación** los sistemas de ecuaciones y **verifica** el resultado **por regla de Cramer**.

a. $\begin{cases} 3x = -4y \\ 5x - 6y = 38 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 5a + 2b = 15 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$

c. $\begin{cases} w - 2z = 10 \\ 2w + 3z = -8 \end{cases}$ d. $\begin{cases} 3s + 4t = 15 \\ 2s + t = 5 \end{cases}$

e. $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{7}{12} \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = -\dfrac{1}{6} \end{cases}$ f. $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 6 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$

2. Resuelve **por reducción** los sistemas de ecuaciones y **verifica** el resultado **por regla de Cramer**.

a. $\begin{cases} 9x - y = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x - 5y = 8 \\ 3y + 7x = -13 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 7x + 3y = -26 \\ 4x + y = -4 \end{cases}$ d. $\begin{cases} 3x + 5y = -12 \\ 7x - 5y = 22 \end{cases}$

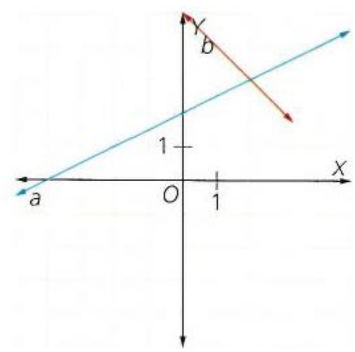
e. $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{2}y = 7 \\ \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{5}y = 1 \end{cases}$ f. $\begin{cases} 5x - 4y = 0 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

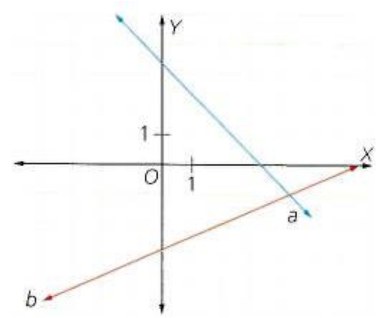
g. $\begin{cases} 6x - 5y = -43 \\ x - 5y = -28 \end{cases}$ h. $\begin{cases} 2(x - y) = 5 \\ 4(1 - y) = 3x \end{cases}$

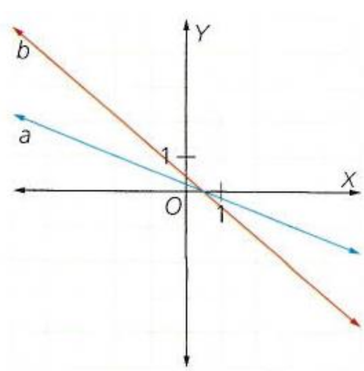
3. Resuelve cada sistema por reducción y determina si su solución grafica se encuentra entre las opciones presentadas. Justifica tu respuesta. En caso que no se encuentre dibujarla.

a. $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 6x + 7y = 3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + 3y = 10 \\ 3x - 7y = 20 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 8x - 15y = -30 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$ d. $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 6y = -9 \end{cases}$







4. Descubre el error en el proceso y justifica por qué los valores dados no corresponden a la solución de los sistemas.

a. $\begin{cases} 7m + 4n = 13 \\ 5m - 2n = 19 \end{cases}$

$4n = 13 - 7m \qquad 5m - 2n = 19$

$n = \dfrac{13 - 7m}{4} \qquad n = \dfrac{19 + 5m}{2}$

$\dfrac{13 - 7m}{4} = \dfrac{19 + 5m}{2}$

$m = -\dfrac{50}{34} = -\dfrac{25}{17}$

Reemplazando para n, se tiene que:

$n = \dfrac{13 - 7\left(-\dfrac{25}{17}\right)}{4} = \dfrac{99}{17}$

De este modo, $m = -\dfrac{25}{17}$ y $n = \dfrac{99}{17}$.

b. $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$

$x = 10 - 2y \qquad x = \dfrac{5 - 4y}{2}$

$10 - 2y = \dfrac{5 - 4y}{2} \qquad 20 - 2y = 5 - 4y$

$-2y + 4y = 5 - 20 \qquad y = -\dfrac{15}{2}$

Remplazando para x, se tiene que:

$x = \dfrac{5 - 4\left(-\dfrac{15}{2}\right)}{2} = \dfrac{35}{2}$

5. Teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en la figura:

- Plantea dos sistemas de ecuaciones incompatibles. Justifica la elección de forma gráfica.
- Plantea dos sistemas compatibles indeterminados. Justifica la elección de forma gráfica.
- Plantea dos sistemas compatibles determinados. Justifica la elección solucionando los sistemas de forma grafica y verificando el resultado aplicando igualación, reducción y regla de Cramer.

$2x - y = 1$	$x + y = 5$
$x - y = 12$	$x + y = 100$
$-2y + 5x = 10$	$2y - x = -3$
$2x - y = -3$	$2x + 10y = 40$
$3x - 30y = 15$	$3x + 3y = 15$
$-8y + 20x = 40$	$2y - x = 1$

Semana 8 | Algebra | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Es frecuente, que cuando se nos plantea un problema en un contexto "real" y se nos pide que planteemos un sistema de ecuaciones que permita interpretar de forma algebraica la situación planteada o bien resolvamos el problema, nos parezca complejo traducir de un lenguaje natural a uno simbólico. Es por ello, que en este artículo te proponemos algunas estrategias y pasos a seguir para facilitar esta conversión.

Pasos para resolver un problema aplicando sistemas de ecuaciones lineales

1. Comprender el problema.	**2. Plantear el problema.**
• Leer detenidamente el enunciado. • Hacer un gráfico o un esquema que refleje las condiciones del problema. • Identificar los datos conocidos y las incógnitas.	• Pensar en las condiciones del problema y concebir un plan de acción, • Elegir las operaciones y anotar el orden en que debes realizarlas. • Expresar las condiciones del problema mediante ecuaciones.
3. Resolver el problema.	**4. Comprobar la solución.**
• Resolver las operaciones en el orden establecido. • Resolver las ecuaciones o sistemas resultantes de la fase 2. • Asegurarse de realizar correctamente las operaciones, las ecuaciones y los sistemas.	• Comprobar si hay más de una solución. • Comprobar que la solución obtenida verifica la ecuación o el sistema. • Comprobar que las soluciones son acordes con el enunciado y que se cumplen las condiciones de éste.

Ejemplo

Resolver el siguiente problema: **En un examen de 20 preguntas la nota de Juan ha sido un 8. Si cada acierto vale un punto y cada error resta dos puntos, ¿cuántas preguntas ha acertado Juan?, ¿cuántas ha fallado?**

Iniciemos por la **primera fase**. Una vez leído detenidamente el enunciado del problema y entendido éste, hay que tener claro qué es lo que se pregunta y cómo vamos a llamar a las incógnitas que vamos a manejar en la resolución del problema.

Está claro que las preguntas que hay que contestar son las del final del enunciado, es decir, cuántas preguntas ha fallado y cuántas ha acertado Juan. Llamemos entonces **x** al **número de respuestas acertadas** e **y al de falladas**.

En la **segunda fase**, hay que efectuar el planteamiento del problema. Atendiendo a las condiciones que nos propone el enunciado y a cómo hemos nombrado las incógnitas, tendremos las siguientes ecuaciones:

El número total de preguntas es 20, luego: $x + y = 20$
La nota es un 8 y cada fallo resta dos puntos: $x - 2y = 8$

Ya tenemos el sistema planteado, por tanto, pasamos a la **tercera fase**, es decir, la resolución del sistema. Para ello, podemos utilizar cualquiera de los métodos vistos en las secciones anteriores. Si aplicamos, por ejemplo, el método de sustitución tendremos:

De la segunda ecuación: $x = 2y + 8$;
sustituyendo en la primera:
$$2y + 8 + y = 20 \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 12/3 \Rightarrow y = 4 ;$$
sustituyendo en la ecuación del principio: $x = 16$

Una vez halladas las soluciones del sistema, las traducimos a las condiciones del problema, es decir, tal y como habíamos nombrado las incógnitas, Juan ha acertado 16 preguntas y ha fallado 4. Podemos pasar pues a la **cuarta fase** que consiste en comprobar si la solución es correcta.

Si ha acertado 16 preguntas, Juan tendría en principio 16 puntos, pero, al haber fallado 4, le restarán el doble de puntos, es decir 8. Por tanto, 16 - 8 = 8 que es la nota que, según el enunciado del problema, ha obtenido. Luego se cumplen las condiciones del problema y la solución hallada es correcta y válida.

Ejemplo

¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?

1. Establecemos las variables:

x = base del rectángulo
y = altura del rectángulo

2. Escribimos las ecuaciones:

$$2x + 2y = \text{perímetro}$$

3. Formamos el sistema, en la primera ecuación se establece la relación entre la base con la altura y en la segunda el perímetro

$$\begin{cases} x = 3y \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$$

4. Sustituimos el valor de x de la primera ecuación en la segunda ecuación, de modo que calculamos el valor de y:

$$\begin{aligned} 2(3y) + 2y &= 16 \\ 8y &= 16 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

5. Para hallar el valor de x sustituimos en la primera ecuación:

$$\begin{aligned} x &= 3(2) \\ x &= 6 \end{aligned}$$

6. **Respuesta:** la base mide 6 cm y la altura es 2 cm.

Ejemplo

Una granja tiene pavos y cerdos, en total hay 58 cabezas y 168 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

1. Establecemos las variables:

x = número de pavos
y = número de cerdos

2. Escribimos las ecuaciones, en la primera ecuación relacionamos las cabezas y en la segunda ecuación las patas:

$$\begin{cases} x + y = 58 \\ 2x + 4y = 168 \end{cases}$$

3. Resolvemos el sistema por reducción, multiplicando la primera ecuación por −2:

$$\begin{cases} -2x - 2y = -116 \\ 2x + 4y = 168 \\ \hline 2y = 52 \\ y = 26 \end{cases}$$

4. Para hallar el valor de x sustituimos el valor de y en la primera ecuación:

$$\begin{aligned} x + 26 &= 58 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

5. **Respuesta: Hay 32 pavos y 26 cerdos.**

Ejemplo

La cifra de las decenas de un número de dos cifras es el doble de la cifra de las unidades, y si a dicho número le restamos 27 se obtiene el número que resulta al invertir el orden de sus cifras. ¿Cuál es ese número?

1. Establecemos las variables:

$x =$ cifra de las unidades
$y =$ cifra de las decenas

2. Representamos el número:

$$10x + y$$

3. Representamos el número invertido:

$$10y + x$$

4. Formamos el sistema:

$$\begin{cases} y = 2x \\ (10y + x) - 27 = 10x + y \end{cases}$$

5. Sustituimos el valor de y en la segunda ecuación:

$$10 \cdot 2x + x - 27 = 10x + 2x$$

6. Resolvemos la ecuación:

$$20x + x - 12x = 27$$
$$x = 3$$

7. Calculamos el valor de y:

$$y = 2 \cdot 3 = 6$$

8. **Respuesta: El número buscado es 63.**

Ejemplo

Hace cuatro años la edad de Cristina era el doble de la de Juliana. Dentro de 8 años la edad de Juliana será cinco octavos de la de Cristina. ¿Qué edad tienen actualmente Cristina y Juliana?

Según los datos del problema, si x es la edad actual de Cristina y y es la edad actual de Juliana, se tiene que:

$x - 4$: edad de Cristina hace 4 años

$y - 4$: edad de Juliana hace 4 años

$$x - 4 = 2(y - 4)$$

Además:

$x + 8$: edad de Cristina dentro de 8 años

$y + 8$: edad de Juliana dentro de 8 años

$$\frac{5}{8}(x + 8) = (y + 8)$$

$$\frac{5}{8}(2y - 4 + 8) = y + 8$$

$$10y + 20 = 8y + 64$$

$$10y - 8y = 64 - 20 \quad \Rightarrow \quad 2y = 44$$

De esta manera, $y = 22$ y $x = 2y - 4$. Por lo tanto, $x = 40$.

En conclusión, Cristina tiene 40 años y Juliana tiene 22 años.

Las condiciones planteadas en el problema forman el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x - 4 = 2(y - 4) \\ \frac{5}{8}(x + 8) = (y + 8) \end{cases}$$

Por el método de sustitución, se tiene que:

$x = 2(y - 4) + 4 \qquad x = 2y - 8 + 4 \qquad x = 2y - 4$

Ahora, se reemplaza x en la segunda ecuación y se tiene que:

ACTIVIDAD 08

Apellidos		**Nombres**	
Curso		**Fecha**	

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

Resolver los problemas aplicando sistemas de ecuaciones lineales. Hacer uso de un método para solucionar el sistema planteado y de otro para verificar la solución.

- Método Grafico.
- Sustitución
- Igualación.
- Reducción.
- Regla de Cramer.

1. Un automóvil que avanza a 70 km/h lleva una ventaja de 90 km a otro auto que avanza por una vía paralela a 110 km/h. ¿Alcanza el segundo auto al primero? Explica las razones.

3. En una granja hay conejos y gansos que hacen un total de 29 cabezas y 92 patas. ¿Hay más gansos que conejos? Explica tu razonamiento.

5. Las edades actuales de una mujer y su hijo son 49 años y 25 años. ¿En algún momento el producto de sus edades era 640?

7. La suma de las tres cifras de un número capicúa es 8. La suma de la cifra de las unidades y la de las centenas es igual a la de las decenas. Calcula el número.

8. La suma de las edades de un padre y su hija es 56 años. Hace 10 años, la edad del padre era el quíntuple de la edad que tenía la hija. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

10. En un cajón de una papelería guardan dos tipos de bolígrafos: hay cajas con doce bolígrafos azules y cajas con 16 bolígrafos rojos. En total hay diez cajas y 144 bolígrafos. ¿Cuántas cajas hay de cada clase? Plantea las ecuaciones del sistema y resuélvelo por tablas y por otro método.

2. El perímetro de un triángulo isósceles mide 20 cm. El lado desigual mide 4 cm menos que los lados iguales. Calcula el área de ese triángulo.

4. Analiza si el siguiente problema tiene solución. La suma de dos números es 14. Si se añade 1 al mayor se obtiene el doble del menor.

6. María y Bianca forman pareja para realizar el trabajo en grupo que encargó la profesora de Biología sobre los efectos de las drogas en el organismo.

   Si hicieran el trabajo conjuntamente, tardarían dos horas. María, ella sola, emplearía tres veces más tiempo que Bianca, también en solitario. ¿Cuánto tiempo tardaría cada una de ellas por separado en hacer el trabajo?

9. Si a uno de los lados de un cuadrado se le aumenta su longitud en 5 cm y a su lado contiguo en 3 cm, el área de la figura aumenta en 71 cm^2. Calcula el lado del cuadrado.

11. Una empresa de reciclado de papel mezcla pasta de papel de baja calidad, que compra por \$ 500 el kilogramo, con pasta de mayor calidad, de \$ 800, para conseguir 50 kg de pasta de \$ 620 el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos utiliza de cada tipo de pasta?

3.1. HETEROEVALUACIÓN: *La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:*

- *Saber Hacer (50%):* *a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.*
  b. Ejercicios de Prueba.
- *Saber (25%):* *a. Prueba Bimestral*
- *Ser – Convivir (25%):* *a. Normas de Convivencia.*
  b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
  c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
  d. Autoevaluación y Coevaluación.

3.2 EVALUACIÓN BIMESTRAL: Novena y Décima Semana del periodo.

3.3 AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION: Novena y Décima Semana del Periodo

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

1. **Nunca (1.0)** 2. **Casi Nunca (2.0)** 3. **A veces (3.0)** 4. **Casi Siempre (4.0)** 5. **Siempre (5.0)**

AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)

CRITERIO	1	2	3	4	5
1. Dedico el tiempo suficiente para la realización de actividades y preparación de evaluaciones.					
2. Contribuyo con mi buen comportamiento y disposición al desarrollo de las clases.					
3. Asumo con responsabilidad el desarrollo de las actividades de casa (tareas) propuestas. Soy puntual en la entrega de estas actividades de acuerdo con las fechas establecidas.					
4. Llevo mis apuntes, actividades y trabajos de forma clara y ordenada. Escribo fechas, títulos, párrafos, gráficos teniendo en cuenta buena letra y ortografía, uso de colores adecuados.					
5. Asisto a clases justificando adecuadamente las fallas. Evito evadir o llegar tarde a clase.					
6. Me esfuerzo por seguir adecuadamente las indicaciones dadas por el docente para el buen desarrollo de las clases. Evito los llamados de atención. Cumplo con los protocolos de bioseguridad.					
7. Me preocupo por estar atento y realizar las actividades de clase en forma diligente, haciendo uso eficiente del tiempo asignado para las mismas.					
8. Cuento con los materiales necesarios para el desarrollo de las actividades. Mantengo aseada el aula de clase. Hago uso adecuado del celular y otros dispositivos electrónicos.					

9. Demuestro interés y disposición por aprender matemáticas dando aportes que faciliten el aprendizaje personal y del grupo.					
10. Hago todo lo posible por superar mis dificultades académicas y aprender los contenidos que me parecen difíciles.					
TOTALES					
Firma Estudiante					

3.4. TALLER DE NIVELACION Y REFUERZO: Se aplicará en la durante el periodo de acuerdo a las actividades asignadas por el docente.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía	***Páginas Web***
• Ortiz Wilches, L. y otros (2013). Los Caminos del Saber. Matemáticas 9. Bogotá, Colombia. Editorial Santillana. • Oicatá Ojeda, A. y otros (2012). Zoom a las Matemáticas 9. Bogotá, Colombia. Editorial Libros y Libros S.A. • Alfonso, L. y otros (2017). Vamos a aprender Matemáticas 9. Bogotá, Colombia. Ediciones SM. • Chávez López, H. y otros (2010). Hipertexto Matemáticas 9. Bogotá, Colombia. Editorial Santillana. • Parra, I. y otros (2012). Proyecto Se Matemáticas 9. Bogotá, Colombia. Ediciones SM.	• *https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones/* • *https://es.plusmaths.com/como-representar-las-funciones-en-matematicas.html* • *https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/crecimiento-decrecimiento-funcion/* • *https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones-simetricas-asimetricas/* • *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/funciones_lineales_y_afines_dhafj/funcion_lineal_y_afin1.html* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/tipos-de-sistemas-de-ecuaciones.html* • *http://ficus.pntic.mec.es/mnaf0005/Sistemas%20ecuaciones.html* • *https://www.matesfacil.com/ESO/sistema-ecuaciones/metodo-grafico/metodo-grafico-sistemas-ecuaciones-lineales-resueltos-grafica-recta-interseccion-solucion-interseccion.html* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/metodo-de-sustitucion.html* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/ejercicios-de-sistemas-por-sustitucion.html#tema_ejercicios-propuestos-del-metodo-de-sustitucion* • *https://lasmatesfaciles.com/2019/03/19/sistema-de-ecuaciones-2x2-metodo-de-igualacion/* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/metodo-de-reduccion.html* • *https://lasmatesfaciles.com/tag/regla-de-cramer/* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/problemas-de-sistemas-de-ecuaciones.html* • *https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebralineal/sistemas/problemas-de-sistemas-de-ecuaciones-9.html*

Videos de Apoyo	
SEMANA 1	https://www.youtube.com/watch?v=szSR6m62enY https://www.youtube.com/watch?v=j9errfTohfQ
SEMANA 2	https://www.youtube.com/watch?v=NHtXOV7XLQc https://www.youtube.com/watch?v=UlD9kTKo7c8&list=PLeySRPnY35dGfEuNGbQmymhiQF4oTUIMb&index=18
SEMANA 3	https://www.youtube.com/watch?v=sIDdVll-HV8 https://www.youtube.com/watch?v=V0n6O--DusU
SEMANA 4	https://www.youtube.com/watch?v=xeZElTAyMOk https://www.youtube.com/watch?v=TkAWx26FhSQ&list=PLeySRPnY35dE1JAjLtnjoDTA5-oWq6m2w&index=17 https://www.youtube.com/watch?v=9Gwpz1EPzqc&list=PLeySRPnY35dE1JAjLtnjoDTA5-oWq6m2w&index=20 https://www.youtube.com/watch?v=KEENQd0B5dI&list=PLeySRPnY35dE1JAjLtnjoDTA5-oWq6m2w&index=23 https://www.youtube.com/watch?v=bo3JsAc9CbE&list=PLeySRPnY35dE1JAjLtnjoDTA5-oWq6m2w&index=26
SEMANA 5	https://www.youtube.com/watch?v=7q5JYoOisHs
SEMANA 6	https://www.youtube.com/watch?v=uZxjXPtSuBE https://www.youtube.com/watch?v=xla02Y99Ngw https://www.youtube.com/watch?v=L0QuX9RpEoM
SEMANA 7	https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg&t=761s https://www.youtube.com/watch?v=p2AIFY1b9qk https://www.youtube.com/watch?v=0ilTVp5uRz8 https://www.youtube.com/watch?v=jZIk90KQo6s&list=RDCMUCanMxWvOoiwtjLYm08Bo8QQ&index=1
SEMANA 8	https://www.youtube.com/playlist?list=PLeySRPnY35dErygDdRDp1912SPALoaBmZ