

	<b>I.E.D. MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ - FÓMEQUE</b>	
	<b>Física</b>	<b>Grado 10</b>
<b>Tema: Vectores</b> <b>Parte I</b> Suma de vectores de la misma dirección y sentido. Suma de vectores de la misma dirección y sentido contrario. Suma de vectores rectangulares.		<b>Nombre</b> _____ <b>Curso:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____
<b>Desempeños</b> <b>Para aprender</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica la diferencia entre magnitudes vectoriales y escalares y relacionarlas con situaciones del entorno.</li> <li>Identifica los elementos propios de un vector.</li> <li>Aplica correctamente el proceso para sumar vectores paralelos.</li> <li>Soluciona correctamente problemas aplicando la suma de vectores perpendiculares y con ángulos diferentes de 90°</li> </ul> <b>Para hacer</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza la representación gráfica de vectores y la aplica en la solución de problemas y ejercicios.</li> </ul> <b>Para ser:</b> Realiza de manera responsable las actividades propuestas y consulta para fortalecer su aprendizaje. <b>Para convivir:</b> Participa en clase y valora la explicación de la docente y el apoyo de sus compañeros		<b>DBA</b> Comprende que el movimiento de un cuerpo en un marco de referencia inercial dado, se puede describir con gráficos y predecir por medio de expresiones matemáticas. expresándolo de manera gráfica y con ecuaciones matemáticas  <b>Evaluación:</b> Sustentación individual de la guía de trabajo de forma escrita. Presentación de la guía desarrollada de forma oportuna.  <b>Recomendaciones:</b> se debe usar regla y transportador en la construcción de las graficas
<b>Fuentes de consulta:</b> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=lrTeyzerjl">https://www.youtube.com/watch?v=lrTeyzerjl</a>		
<b>Actividades:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Observación y análisis de video Introducción a vectores</li> <li>Lectura y explicación de la guía</li> <li>Desarrollo de ejercicios de aplicación.</li> <li>Representación de cantidades escalares y vectoriales</li> </ul>		

**Conceptualización:**

**Magnitudes escalares :**

Son aquellas que quedan totalmente determinadas por un **número real** y una **unidad de medida**. Ejemplos de este tipo de magnitud son la longitud de un hilo, la masa de un cuerpo, el tiempo transcurrido entre dos sucesos, la densidad, el volumen, la potencia; la temperatura.

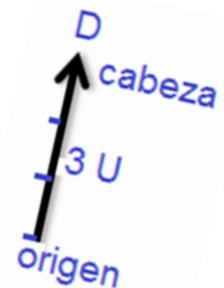
**Magnitudes vectoriales:** No se las puede determinar completamente mediante un número real y una **unidad de medida**, sino que además, se debe indicar la **dirección** del movimiento y el **sentido** de movimiento en esa dirección.

Ejemplos de cantidades vectoriales: Velocidades, fuerzas, aceleración, cantidad de movimiento, que Para representarlas hay que tomar segmentos orientados.

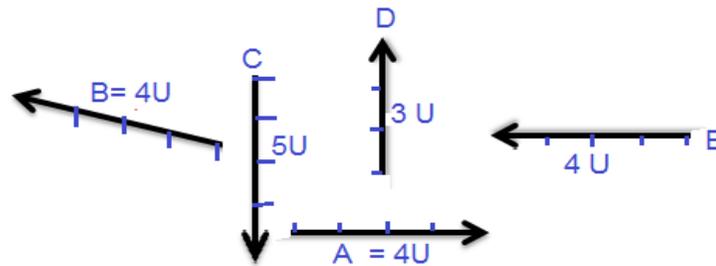
**VECTOR:** Segmento de una recta dirigido en el espacio. **Se representa por una letra mayúscula, en negrilla o por una letra minúscula con una flecha en la parte superior.**

**Un vector se comprende de los siguientes elementos:**

- Punto de aplicación:** es el punto de **origen** sobre el que actúa el vector.
- Módulo:** Se refiere al tamaño del vector. Para conocer el módulo se debe hallar el punto de aplicación y el extremo del vector.
- Dirección:** Es la orientación de la recta en la que se ubica el vector. La dirección puede ser vertical, horizontal y oblicua.
- Sentido:** Se determina a partir de la flecha ubicada en uno de los extremos del vector (**cabeza**). La orientación puede ser horizontal hacia la izquierda o derecha, vertical hacia arriba o abajo, y por último, inclinada ascendente o descendente.

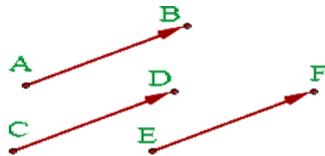


## Ejemplos:



### *típos o clases de vectores:*

#### **VECTORES EQUIPOLENTES.**



Cuando dos vectores tienen el mismo módulo, dirección y sentido se dice que son equipolentes. ¿Qué quiere decir? Que miden igual, se encuentran en líneas paralelas y apuntan hacia el mismo lado.

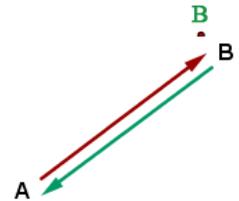
#### **VECTORES LIBRES:**

El conjunto de los vectores equipolentes recibe el nombre de vectores libres. Es decir, que un vector libre es el grupo de vectores que cuentan con el mismo módulo, dirección y sentido.

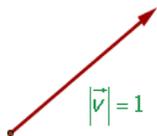
**VECTORES FIJOS:** un vector fijo es el representante de un vector libre. Es decir que estos serán iguales sólo si tienen igual módulo, dirección, sentido y si cuentan con el mismo punto inicial.



**VECTORES LIGADOS:** son aquellos vectores equipolentes que se encuentran en la misma recta. Así, esta clase de vectores tendrán la igual dirección, módulo, sentido y además formarán parte de la misma recta.



**VECTORES OPUESTOS:** cuando dos vectores tienen la misma dirección, el mismo módulo pero distinto sentido reciben el nombre de vectores opuestos.



**VECTORES UNITARIOS:** son vectores de módulo uno. Si se quiere obtener un vector unitario con la misma dirección y sentido, a partir del vector dado, se debe dividir a este último por su módulo.

**VECTORES CONCURRENTES:** si dos vectores tienen el mismo origen se los denomina vectores concurrentes.



## **SUMA DE VECTORES.**

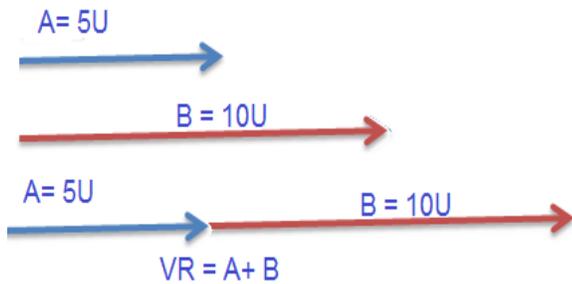
Cuando se suman vectores se debe tener en cuenta que no se están sumando números. No se puede olvidar las tres características de los vectores: módulo, dirección y sentido, como se están sumando vectores el resultado debe ser otro vector, es decir que el vector resultante debe tener magnitud, dirección y sentido.

### \*VECTORES CON LA MISMA DIRECCIÓN Y MISMO SENTIDO:

Como los dos vectores tienen la misma dirección y sentido se colocan uno a continuación del otro

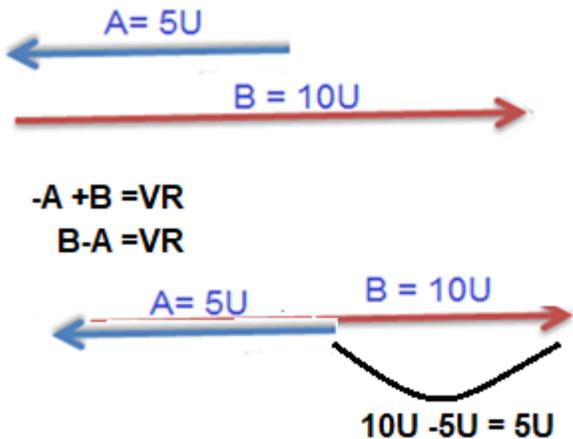
- La dirección del vector suma será igual a la dirección de los vectores sumados.
- El sentido del vector suma será igual al sentido de los vectores sumados.
- El módulo del vector suma se obtiene sumando los módulos de los vectores sumados

Como los vectores A tienen dirección horizontal el, vector suma (A + B) tiene dirección horizontal.  
Como los vectores A y B tienen sentido hacia la derecha, el vector suma tiene sentido hacia la derecha.  
Como el módulo del vector A es de 5U y el módulo del vector B es de 10U, el módulo del vector suma



(A + B) es de 15 U  
Entonces el vector resultante  $VR = 15U$  hacia la derecha en  
Dirección horizontal.

### Suma de vectores que tienen igual dirección, pero sentido opuesto.



- La dirección del vector suma será igual a la dirección de los vectores sumados.
- El sentido del vector suma será igual al sentido del mayor de los vectores sumados.
- El módulo del vector suma se obtiene restando el mayor de los módulos de los vectores sumados menos el menor de los módulos.

Como los vectores A y B tienen dirección horizontal el vector suma (A + B), tiene dirección horizontal.

Como el vector B tiene sentido hacia la derecha y es el más grande de los dos vectores, el vector suma tiene sentido hacia la derecha.

Como el módulo del vector A es de 5U y el módulo del vector B es de 10U, el módulo del vector suma (A + B) es de 5U, por tanto.

$VR = 10U + (-5U) = 5U$  a la derecha en dirección horizontal.

## Suma de vectores que tienen diferente dirección.

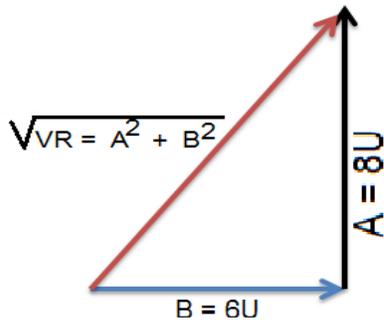
Cuando se suman vectores de diferente dirección, los vectores pueden:

- I formar un ángulo de  $90^\circ$
- II formar un ángulo diferente a  $90^\circ$

Si el ángulo que forman los vectores a sumar es de  $90^\circ$ , el módulo se obtiene usando el teorema de Pitágoras, Para hallar la dirección se utiliza las razones trigonométricas de seno, cosen o tangente.

**Ejemplo:**

Dados los vectores  $A = 8U$ , en dirección norte y  $B = 6U$  en dirección este, hallar la magnitud y dirección del vector resultante.



La representación gráfica se obtiene colocando uno de los dos vectores de tal forma que su origen o punto de aplicación queden colocados en la cabeza o lado terminal del otro vector, el vector suma es el vector que tiene por origen, el origen del primer vector y por cabeza la cabeza del segundo vector.

$$VR = \sqrt{A^2 + B^2} \Rightarrow VR = \sqrt{(8U)^2 + (6U)^2}$$

$$VR = \sqrt{64U^2 + 36U^2}$$

$$VR = \sqrt{100U^2}$$

$$VR = 10U$$

Para hallar la **dirección del vector** se utiliza la razón trigonométrica tangente así, colocando el ángulo donde se ubica la cola del vector resultante :

$$\tan \theta = \frac{op}{ady} = \frac{A}{B} = \frac{8}{6} = 1.33$$

$$\tan \theta = 1.33 \text{ entonces } \theta = \text{shift tan } 1.33 = \theta = 53^\circ 7'48''$$

Es decir que el vector resultante tiene una magnitud de  $10U$  en dirección  $53^\circ 7'48''$  al noreste.

### Ejercicios de aplicación.

1. En el plano geográfico, representa los siguientes vectores
  - a.  $A = 3U$ , en la dirección  $30^\circ$  al sur del este.
  - b.  $C = 5U$ , en la dirección  $48^\circ$  al este del norte.
  - c.  $G = 4U$ , en la dirección  $86^\circ$  al norte del este.
  - d.  $F = 5U$  al norte
  - e.  $B = 8U$ , al sur
  - f.  $N = 7U$ , al oeste.

2. Con los vectores dados $A = 5U$ a la derecha $B = 3U$ al sur. $D = 8U$ al norte $F = 10U$ a la izquierda.	Hallar el vector resultante en cada caso. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A+B</math></li> <li>• <math>B+D</math></li> <li>• <math>D+F</math></li> <li>• <math>A+D</math></li> </ul>
--	--

3. **Laboratorio:** (grupos de 3 estudiantes)

**Materiales:** Regla, Papel kilometrado.

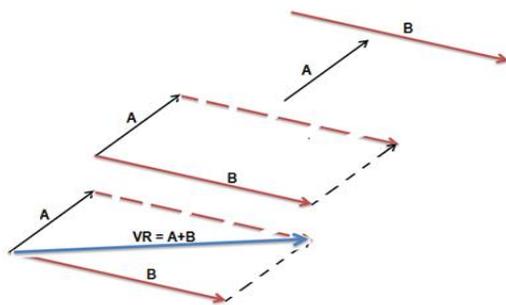
**Procedimiento:**

Medir con pasos, la longitud de dos lados que formen un ángulo recto del patio central, dibujar en una hoja de papel kilometrado, con una escala aproximada, la longitud de cada uno de los lados con su respectiva dirección; luego adicionar gráfica y analíticamente los lados y determinar el desplazamiento resultante.

Luego regresar al patio y medir cuantos pasos mide la diagonal, comparar los resultados y comparar con el resultado analítico.

	I.E.D. MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ - FÓMEQUE		
	Física	grado	Docente : Raquel Esther Rodríguez
	<b>Tema: Vectores</b> <b>Parte II</b> <b>Suma de vectores angulares.</b> Suma de dos vectores que forman entre si un ángulo		<b>Nombre:</b> _____ <b>Curso:</b> _____ <b>Tiempo:</b> 1 semana (2 horas clase)
<b>Fuentes de consulta:</b> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=xJnAeAqFEhA">https://www.youtube.com/watch?v=xJnAeAqFEhA</a> suma de vectores por método del paralelogramo – tutorial			

**Suma de dos vectores que forman entre si ángulos diferentes a 90°  
(método del paralelogramo)**



Este método permite solamente sumar vectores de dos en dos. Consiste en disponer gráficamente los dos vectores de manera que los orígenes de ambos coincidan en un punto, trazando rectas paralelas a cada uno de los vectores, en el extremo del otro y de igual longitud, formando así un paralelogramo. El vector resultante es la diagonal de dicho paralelogramo que parte del origen común de ambos vectores

*para hallar el vector resultante se utiliza el teorema del coseno*  

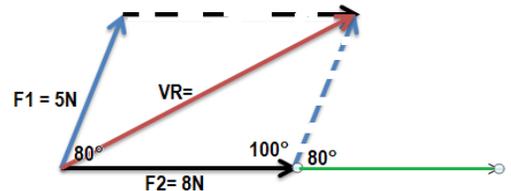
$$VR^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos R$$

**Ejemplo:**

Dos niños pelean por un juguete, cada uno de ellos hala con fuerzas de 5N y 8N respectivamente, formando entre los brazos de los dos un ángulo de 80°, cuál será el valor de la fuerza resultante aplicada sobre el juguete.

**Datos:**

- F1 = 5N
- F2 = 8N
- FR =
- B = 80°



*Se construye el paralelogramo para ubicar los vectores de tal forma que queden cabeza con cola y sabiendo que la suma de los ángulos internos del triángulo es 180°, de este valor restamos el ángulo dado para obtener el ángulo que forma una de las fuerzas con su proyección y este es el valor del ángulo que se utiliza para solucionar el problema. En este caso (180° - 80°) = 100° donde 100° es el ángulo correspondiente al vector resultante.*

$$VR^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos R$$

$$VR^2 = F1^2 + F2^2 - (2 * F1 * F2 * \cos R) \quad \text{entonces } VR^2 = (5N)^2 + (8N)^2 - (2 * 5N * 8N * \cos 100)$$

$$VR^2 = 25N^2 + 64N^2 - (80N^2 * (-0.17))$$

Se suman los dos primeros valores, se multiplican los dos valores siguientes y se suman o se restan según sea el valor del coseno del ángulo.

$$VR^2 = 89N^2 - (-13.6N^2)$$

$$VR^2 = 89N^2 + 13.6N^2$$

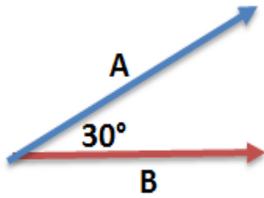
$$VR^2 = 102.6N^2$$

*Como el VR esta al cuadrado se saca raíz cuadrada.*

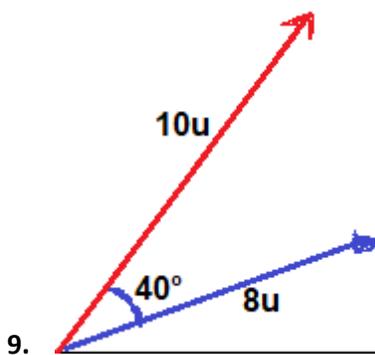
$$\sqrt{VR} = \sqrt{102.6N^2} = \quad VR = 10.12N \quad \text{El valor de la fuerza resultante es de 10.12 N}$$

### Ejercicios De aplicación:

1. Los vectores A y B de la figura tienen magnitudes iguales a 8 y 6 unidades (u). Calcular la magnitud y dirección del vector resultante.

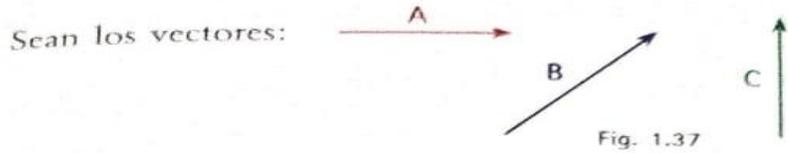


2. Dos personas sostienen un objeto mediante dos cuerdas que forman ángulos de  $60^\circ$  entre sí, si la primera persona aplica una fuerza de 80N y el otro una fuerza de 70N, ¿qué fuerza aplican entre los dos para sostener el objeto. (Graficar)
3. Una persona parte desde un punto determinado, primero se desplaza hacia el este una distancia  $X_1 = 6$  km y luego se dirige hacia noreste formando un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal, a una distancia de  $X_2 = 4$  km. Determinar el desplazamiento resultante  $\Delta X$  en magnitud y dirección. (graficar).
4. Daniel va a visitar a una amiga, para lo cual realiza los siguientes desplazamientos: camina 50m hacia el norte y luego 30m hacia el noreste a  $45^\circ$  ¿cuál será el desplazamiento total de Daniel?
5. Para evitar dañar el prado del parque cuando sale de su casa hacia el colegio, Paola camina 400m diagonal y luego camina 700m en línea recta hacia el norte ¿Cuál fue la distancia total recorrida por Paola y cual es desplazamiento?
6. Dos fuerzas de 500 N y 800 N actúan sobre el mismo cuerpo. Si el ángulo entre ellas es de  $120^\circ$ , calcular la magnitud de la resultante y su dirección con respecto a la fuerza de 500 N.
7. Dos personas tratan de mover una roca aplicando cada uno una fuerza de 100N y 300N formando entre ellos un ángulo de  $130^\circ$ , Determine la fuerza que aplican los dos juntos para mover la roca. (graficar)
8. Encontrar la fuerza resultante de las siguientes fuerzas:  $F_1 = (4,0)$ Newton ,  $F_2 = (5,0 \text{ y } 8,5)$ N



9. \_\_\_\_\_ teniendo en cuenta la gráfica planteé un ejercicio y resuélvalo

A partir de la siguiente información, responde las preguntas 7., 8. y 9.:



7.  $R = A - 2B + C$  es:

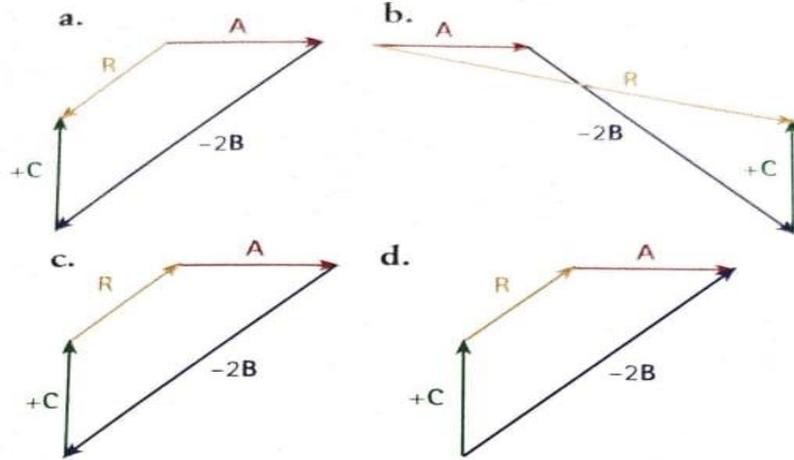


Fig. 1.38

8.  $R = A + B$  es:

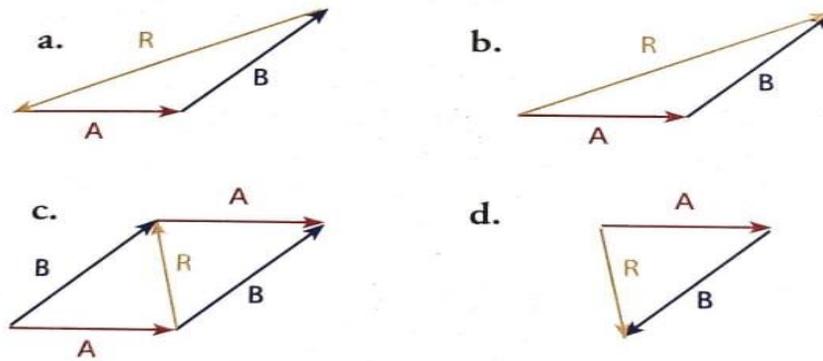
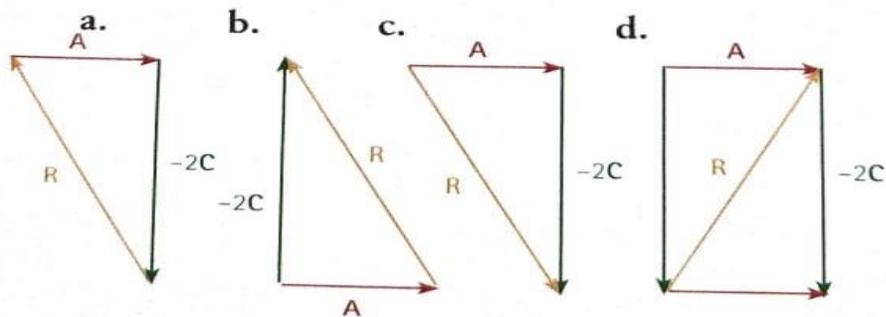


Fig. 1.39

9.  $R = A - 2C$  es:

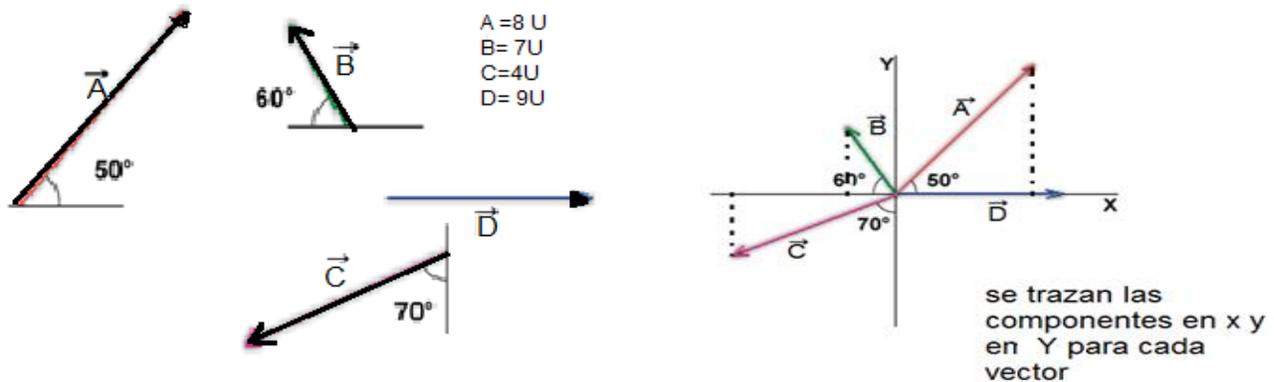


	I.E.D. MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ - FÓMEQUE	
	Física	grado 10
<b>Tema: Vectores</b> <b>Parte II</b> <b>Suma de vectores angulares.</b> Suma de dos vectores que forman entre si ángulos		<b>Docente :</b> Raquel Esther Rodríguez (raquelestherridemag@gmail.com)  <b>Nombre:</b> _____ <b>Curso:</b> _____ <b>Tiempo:</b> 1 semana 3 horas clase
<b>Fuentes de consulta:</b> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=_DPAZWJ1nRY">https://www.youtube.com/watch?v=_DPAZWJ1nRY</a> tutorial		

## SUMA DE MÁS DE DOS VECTORES

### SUMA DE VECTORES POR COMPONENTES RECTANGULARES.

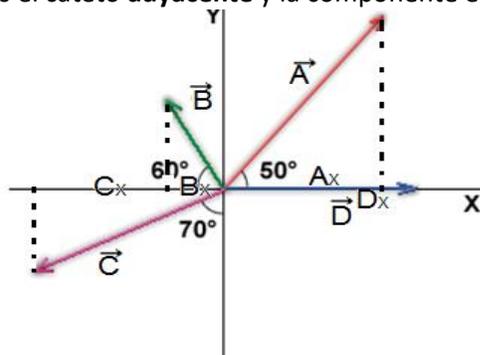
Sumar los vectores indicados mediante el método de las componentes rectangulares:



1 se ubican en el plano cartesiano.

Si observamos que cada vector forma un triángulo rectángulo con el eje x, *excepto aquellos que se trazan paralelos a los ejes*. Entonces para hallar el valor de cada componente se utiliza las razones trigonométricas de **seno** y **coseno**, así:

$\text{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}}$ ,  $\text{cos}\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}}$  donde cada **vector** corresponde a la **hipotenusa**, la componente en **x** es el cateto **adyacente** y la componente en **y** corresponde al cateto **opuesto**.



Para hallar la componente del vector  $A_y$ :

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \text{sen } 50 = \frac{A_y}{8u};$$

si dejamos la componente  $A_x$  tenemos.

$$8u \text{ sen } 50 = A_y; \text{ entonces } A_y = 6.1u$$

Para hallar la componente del vector  $A_x$ :

$$\text{cos}\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \text{cos } 50 = \frac{A_x}{8u};$$

si dejamos la componente  $A_y$  tenemos.

$$8u \text{ cos } 50 = A_x; \text{ entonces } A_x = 5.1u$$

Para hallar la componente del vector  $B_y$ :

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}}; \quad \text{sen } 120 = \frac{B_y}{7u};$$

se utiliza el ángulo de  $120^\circ$  ya que el ángulo se mide con respecto a eje positivo de las x entonces se tiene:  $7u \text{ sen } 120 = B_y$ ; y  $B_y = 6.06u$

Para hallar la componente del vector  $B_x$ :

$$\text{cos}\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \text{cos } 120^\circ = \frac{B_x}{8u}; \text{ si dejamos la componente } B_x \text{ tenemos.}$$

$7u \text{ cos } 120 = B_x$ ; entonces  $B_x = -3.5u$  El signo negativo indica que la componente va a la izquierda. Para hallar la componente del vector  $C_y$ :

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \text{sen } 200 = \frac{C_y}{4u}; \quad \text{recuerde que el ángulo se mide desde el eje positivo de las x}$$

si dejamos la componente  $C_y$  tenemos.

$$4u \text{ sen } 200 = C_y; \quad \text{entonces } C_y = -1.37u \text{ (Hacia abajo) se mide con respecto al eje x positivo.}$$

Para hallar la componente del vector  $C_x$ :

$$\text{cos}\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \text{cos } 200 = \frac{C_x}{4u};$$

si dejamos la componente  $C_x$  tenemos.

$$4u \text{ cos } 200 = C_x; \quad \text{entonces } C_x = -3.7u \text{ (Hacia la izquierda)}$$

Para el vector D, vemos que solo tiene componente en x, ya que se encuentra sobre el eje, por tanto

$$D_x = 9u$$

$$D_y = 0u$$

Una vez se han hallado las componentes de todos los vectores, se procede a realizar la sumatoria de las componentes en cada uno de los ejes, así:

$$\Sigma V_x = A_x + B_x + C_x + D_x \qquad \Sigma V_x = 5.1u - 3.5u - 3.7u + 9u = 6.9u$$

$$\Sigma V_y = A_y + B_y + C_y + D_y \qquad \Sigma V_y = 6.1u + 6.6u - 1.37u + 0u = 11.33u$$

Para hallar el vector resultante se aplica el teorema de Pitágoras:

$$V_r = \sqrt{[\Sigma V_x]^2 + [\Sigma V_y]^2}$$

$$V_r = \sqrt{(6.9u)^2 + (11.33u)^2} =$$

$$V_r = \sqrt{47.61u^2 + 134.79u^2} = V_r = \sqrt{182.4} = 13.5u$$

$$V_r = 13.5u$$

Este es el valor del vector resultante.

Y Para hallar la dirección, se utiliza la tangente, así:

$$\tan \theta = \frac{\Sigma V_y}{\Sigma V_x}; \quad \tan \theta = \frac{11.33u}{6.9u}, \text{ las unidades se eliminan}$$

$$\tan \theta = 1.66;$$

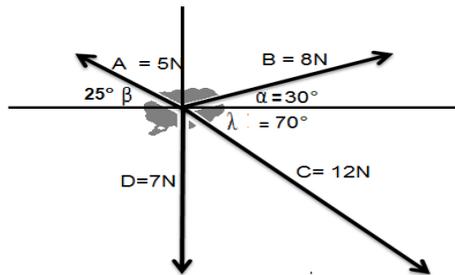
como debo hallar el ángulo, entonces realizo la siguiente operación en la calculadora.

$$\text{SHIFT } \tan^{-1} 1.66 = \text{°}''' \quad \text{Entonces } \theta = 58^\circ 56' 54''$$

De tal manera que el vector resultante tiene una magnitud de  $13.5u$  a  $58^\circ 56' 54''$

## Ejercicios de aplicación

1. Si una fuerza que tiene una magnitud de 150 unidades si forma un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal, ¿cuánto valen sus componentes en la dirección horizontal y vertical respectivamente. (grafica)
2. Cuatro personas halan una piedra para moverla, aplicando fuerzas de magnitud y dirección como muestra la gráfica. ¿Cuál será el valor de la fuerza resultante y en qué dirección se aplicará?



3. Calcular por el método de descomposición rectangular, el vector resultante

**A.**

$$F_1 = 200 \text{ N}, \theta_1 = 45^\circ$$

$$F_2 = 300 \text{ N}, \theta_2 = 50^\circ$$

**B.**

$$F_1 = 200 \text{ N}, \theta_1 = 60^\circ$$

$$F_2 = 200 \text{ N}, \theta_2 = 45^\circ$$

$$F_3 = 600 \text{ N}, \theta_3 = 30^\circ$$

**C.**

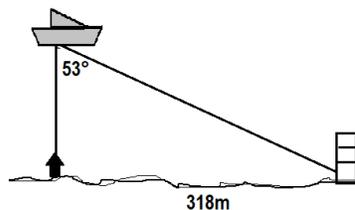
$$F_1 = 200 \text{ N}, \theta_1 = 45^\circ$$

$$F_2 = 300 \text{ N}, \theta_2 = 180^\circ$$

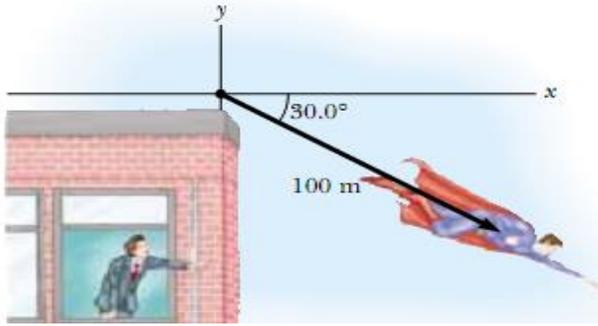
$$F_3 = 500 \text{ N}, \theta_3 = 30^\circ$$

$$F_4 = 200 \text{ N}, \theta_4 = 270^\circ$$

4. El barco de la figura, navega en línea recta a lo largo de la costa. Cuando se encuentra directamente frente al faro, el ángulo formado entre la línea del faro al barco y un hotel es de  $53^\circ$ . ¿cuál es la distancia entre el barco y el faro?

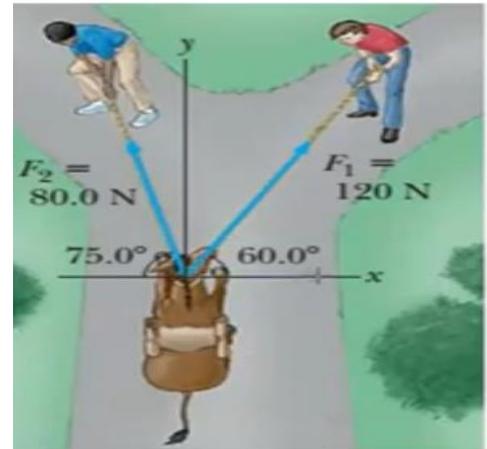


5. Hallar el vector suma de los siguientes vectores.  
 $A = 4U$ ,  $B = 10U$ ,  $C = 20u$ ; formando ángulos de  $3^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  respectivamente. (grafica)



6. Halle las componentes horizontal y vertical del desplazamiento de 100 m de un superhéroe que vuela desde lo alto de un edificio siguiendo la trayectoria mostrada en la figura. Escriba el vector desplazamiento en términos de los vectores unitarios correspondientes.

7. La vista desde el helicóptero en la figura muestra a dos personas jalando una mula terca. Encuentre a) la fuerza única que es equivalente a las dos fuerzas que se muestran y b) la fuerza que una tercera persona tendría que ejercer sobre la mula para hacer la fuerza resultante igual a cero.



8. En grupos de cuatro compañeros realice una representación real donde se aplique la suma de vectores, realizando un registro fotográfico o en video de la situación y luego realice la representación gráfica para hallar la suma de los vectores representados, Prepare una exposición de la situación y preséntela a sus compañeros utilizando la pizarra digital.

***“usted es el propio constructor de su aprendizaje”***